

愛知工科大学紀要

工学部・愛知工科大学自動車短期大学

第9巻



AICHI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

2011

愛知工科大学紀要 第9巻

目次

研究論文

表面熱伝達率分布が水平円柱内固相の融解に及ぼす影響	椎名保顕, 小木浩通, 稲垣照美 1
脚の振動特性の違いを利用した電磁式マイクロ移動ロボットの機構と制御に関する研究 (ロボット の試作, 予備実験, および旋回走行の実験)	磯貝正弘 9
ソーラーカー用モニタリングシステムの開発	鈴木宏和, 橋本孝明, 永田英雄 15
CSVファイルと連携して簡便にXMLデータ処理を行うライブラリ・ソフトウェアの検討(その2) ー 長い項目内容を持つCSVファイルのXML文書への変換ー	吉田 茂, 安東伸明 21
電子装置用筐体の冷却方法選択の考え方	杉浦伸明 31
学内風力エネルギーとセイルウイング型風力発電機の活用	橋本孝明, 井上久弘, 長谷川康和 37
自動車の軽量化・電動化による環境負荷低減効果に関する研究	古川 雄, 矢野正孝 43
単純適応制御をベースとする実用的コントローラ	梶谷満信, 新海竜也, 小林真也 55
気象衛星NOAAの理科教育利用	松浦 龍, 名和靖彦, 相木国男 61
CFRP材切断端部に発生する損傷の超音波探傷器による観察方法の提案	井上久弘, 打田和馬, 打田昌昭 67

研究ノート

愛知工科大学 Web サイトのアクセス解析

..... 加藤高明, 曹 浩文 73

公理的電磁気学 – クーロンの法則 + 特殊相対性理論 = マクスウェル方程式 –

..... 石川雄二郎 79

コラム・エッセイ

蒲郡にある姓名から歴史を偲ぶ

..... 橋本孝明 99

総説・解説

正多角形の作図問題と二次方程式に関する一考察

..... 大迫尚行 101

Some Basic Problems of Thermal Stresses in Bars

..... Manabu Ohmichi 109

愛知工科大学・愛知工科大学自動車短期大学教職員業績リスト (2011.1-2011.12)

愛知工科大学紀要規程

愛知工科大学紀要投稿細則

表面熱伝達率分布が水平円柱内固相の融解に及ぼす影響

椎名保顕*, 小木浩通**, 稲垣照美***

(2011年9月30日受理)

Effect of Surface Heat Transfer Coefficient on Melting of Phase Change Material in Horizontal Circular Cylinders

Yasuaki Shiina*, Hiromichi Ogi**, Terumi Inagaki***

(Received September 30, 2011)

Abstract

Melting or refrigeration of phase change materials in capsules has attracted much attention from the view point of latent heat storage technology. In many cases, heat transfer characteristics during phase change have been treated based on constant surface temperature or constant surface heat transfer coefficient of the capsules. In general, however, surface heat transfer coefficients on the surface of the capsules are non-uniform and the ratio of the highest to the lowest heat transfer coefficient can be estimated as three to four.

We have studied the effect of the non-uniform surface heat transfer coefficient on melting of phase change materials filled in circular cylinders by the comparison of experiments with numerical analyses. Melting process is strongly affected by natural convection in the liquid phase Rayleigh number in the liquid phase was estimated by an approximate analysis. The effect of the non-uniform heat transfer coefficient on the melting in circular cylinders of acrylic resin and copper was studied.

キーワード：融解，非一様熱伝達率，自然対流，潜熱蓄熱，固液相変化，

Key Words : Melting, Non-uniform Heat Transfer Coefficient, Natural Convection, Latent Heat Storage, Solid-Liquid Phase Change

1. はじめに

エネルギー有効利用の1つの手法として潜熱蓄熱技術がある。潜熱蓄熱技術は、固液相変化における潜熱を利用して熱を貯蔵する技術である。物質の顕熱を利用した顕熱蓄熱技術は、太陽熱温水器や深夜電力を利用した家庭用温水器などで一部実用化されている。一方、潜熱蓄熱技術は適当な相変化温度を持つ相変化物質 (Phase Change Material=PCM, 以後PCMと略記する) を選ぶことにより、小さい温度差で高密度蓄熱が可能となるが、蓄熱・放熱時における相変化、伝熱時に生じる自然対流等、顕熱蓄熱と比べて複雑な複合伝熱を取り扱うことや、

相変化時の伝熱特性が低いこと、高温蓄熱における材料の腐食、蓄熱媒体の変質等の問題が生じるため、ビル空調時の氷蓄熱などで一部実用化されているのみである。

潜熱蓄熱では、物質の相変化潜熱は非常に大きいこと、PCMの熱伝導率は一般に低いことから、相変化(特に放熱=凝固)に要する時間は非常に大きくなる。そのため、潜熱蓄熱技術の実用化において、相変化時の伝熱促進は非常に重要である。従来より、伝熱面にフィンを取り付けるなど伝熱促進には幾つかの工夫が成されてきた。それらの中で、カプセル内にPCMを封入するカプセル蓄熱方式は、相変化時のPCMと伝熱流体との熱抵抗低減の観点から注目されている。

* 愛知工科大学工学部, 〒443-0047 愛知県蒲郡市西迫町馬乗 50-2
Faculty of Engineering, Aichi University of Technology, 50-2 Manori, Nishi-Hazama-cho, Gamagori-shi, Aichi-ken, 443-0047Japan

** 検査開発株式会社, 〒319-1112 茨城県那珂郡東海村村松平原 3129-37
Inspection Development Company Ltd, 3129-37 Hirahara, Muramatsu, Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken 319-1112, Japan.

*** 茨城大学工学部機械工学科, 〒316-8511 茨城県日立市中成沢町 4-12-1
Department of Mechanical Engineering, Ibaraki University, Naka-Narusawa-cho, Hitachi-shi, Ibaraki-ken 316-8511, Japan

カプセル型潜熱蓄熱体の熱設計を行う場合、従来、表面熱伝達率を一様とする伝熱特性評価が行われてきた⁽¹⁾が、そのほとんどは内部自然対流の影響が考慮されていない。実際には表面熱伝達率は一様ではなく、円柱カプセルを用いた場合、円柱前面と背面等で周方向に3-4倍の差が生じることが知られている⁽²⁾ことから、詳細な熱設計には非一様表面熱伝達率を考慮し、カプセル内自然対流も考慮する必要がある。

非一様表面熱伝達率条件下における水平円柱内固相の融解解析は、椎名ら⁽³⁾が熱伝導解析を、小木ら⁽⁴⁾が自然対流を考慮した数値解析を行い、実験との比較を行っている。これらの解析により、非一様熱伝達率が相変化時間に及ぼす影響は大きくないこと、及び、融解液相内の自然対流が強くなると、非一様熱伝達率での融解は熱伝達率が一様の場合に近づくことが示されている。

本研究では、円柱容器内にPCMを封入した非一様表面熱伝達率分布条件下での融解過程で、円柱内に生じる自然対流の大きさを評価することにより、円柱表面熱伝達率分布および円柱容器材質の違いが融解過程に及ぼす影響について考察を加えた。

2. 解析

Fig.1に解析の座標系を示す。内部にPCMを満たした外径、内径 D_o, D_i 、初期温度 T_m ($T_m < T_f$: T_f はPCMの融点)の円柱が、流路幅 W 、流速 U 、温度 T_∞ の流体中に置かれた場合の融解解析を行う。基礎式は Boussinesq 近似を仮定して以下のように表される。

$$\Delta \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\rho \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} - (\rho - \rho_0) \mathbf{g} \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c(\mathbf{u} \cdot \nabla T) - \rho L \frac{\partial G}{\partial t} \quad (3)$$

$$\text{境界条件 } r = R_o : q(\theta) = A \cdot h(\theta)(T_\infty - T_w(\theta)) \quad (4)$$

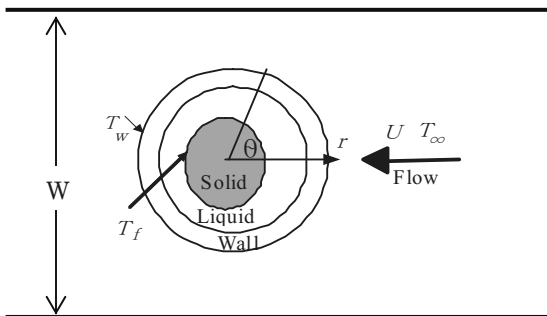


Fig.1 Physical system of the present analysis

ここで \mathbf{u} 、 T は円柱内におけるPCM液相の流速ベクトル及び温度、 $\rho, \rho_0, p, \mu, g, c, L$ はそれぞれPCMの密度、参照温度における密度、圧力、液相の粘性係数、重力加速度、比熱及び相変化潜熱である。また、 G はPCMの固相率を示す。 $G=1$ は固相のみの場合を、 $G=0$ は液相のみの場合を示し、 $0 < G < 1$ は、固相と液相が共存する場合の固相の体積割合が G であることを示す。(4)式で $T_w(\theta)$ は円柱表面温度、 $h(\theta)$ は十分に広い一様流中に置かれた円柱の表面熱伝達率を示し、後述する相関式(5)(6)で与えられる。また、 A は熱伝達率に及ぼすアスペクト比(円柱径/流路幅)の影響を示す係数である。円柱が十分に広い流路(アスペクト比 $\ll 1$)に置かれた場合の係数を $A=1$ とし、流路幅が狭い場合の係数 A を与えた。アスペクト比が円柱表面熱伝達率に及ぼす研究については、レイノルズ数が非常に高い領域については幾つかの研究が行われている⁽⁵⁾⁽⁶⁾。潜熱蓄熱カプセル周りのレイノルズ数は数百程度と考えられる⁽⁷⁾が、このような低いレイノルズ数領域における研究はほとんど行われていない。そこで、本解析ではレイノルズ数が大きい場合の研究結果⁽⁶⁾をそのまま適用した。また、アスペクト比が0.2以下の場合には $A=1$ とした。

円柱表面熱伝達率 $h(\theta)$ は、円柱前面域及びはく離域を含む背面域に分けて以下の相関式から求められる。

$$Nu_o = 1.02 Re^{0.5} Pr^{0.4} \left[1 - (\theta/130)^2 \right], (0 \leq \theta \leq 120) (20 \leq Re \leq 10^3)$$

$$Nu_o = 0.366 Re^{0.5} Pr^{0.4} \left[(\theta/90) - 1 \right]^{0.6}, (120 \leq \theta \leq 180) \quad (5)$$

$$Nu_o = 1.14 Re^{0.5} Pr^{0.4} \left[1 - (\theta/90)^3 \right], (0 \leq \theta \leq 87) (10^3 \leq Re \leq 10^5)$$

$$Nu_o = 0.196 Re^{2/3} Pr^{0.4} \left[(\theta - 77)/103 \right]^{2/3}, (87 \leq \theta \leq 180) \quad (6)$$

ここで θ はよどみ点から測った角度である。 Nu_o および Re は円柱外径を代表長さとした円柱表面のヌッセルト数及びレイノルズ数を示し、 Pr は伝熱流体のプラントル数である。(5)式は、プラントル数依存性を $Pr^{0.4}$ として Eckertらの実験結果⁽⁸⁾から求めたものであり、(6)式は円柱前面は Schmidtらの、また円柱背面は五十嵐の熱伝達相関式を適用したもの⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾である。(4)式に示した係数 A は以下のように与えた⁽⁶⁾。円柱前面の熱伝達率に対して：

$$A = 1 + 0.65 \left(\frac{D_o}{W} \right)^2 + 0.305 \left(\frac{D_o}{W} \right)^4 \quad (7)$$

また、はく離域を含む円柱背面の熱伝達率に対して：

$$A = 1 + 0.195 \left(\frac{D_o}{W} \right) + 0.538 \left(\frac{D_o}{W} \right)^2 + 1.433 \left(\frac{D_o}{W} \right)^3 + 1.532 \left(\frac{D_o}{W} \right)^4 \quad (8)$$

ここで w は流路幅を示す。

本解析では従来行われている解析との比較を行うため、円柱表面熱伝達率が一樣な場合の解析も行った。一樣熱伝達率 \overline{Nu} は(5)(6)式を周方向に平均した以下の式を用いた。

$$20 \leq Re \leq 10^3$$

$$\overline{Nu}_o = 0.59 Re^{0.5} \cdot Pr^{0.4} \quad (9)$$

$$10^3 \leq Re \leq 10^5$$

$$\overline{Nu}_o = \left(0.425 Re^{0.5} + 0.065 Re^{\frac{2}{3}} \right) Pr^{0.4} \quad (10)$$

比熱、熱伝導率は液相及び固相のそれぞれの値を用いた。

数値解析は以下の条件の下に行った。

- (1) Boussinesq 近似を用いる。
- (2) 液相と固相の密度は等しい。
- (3) 実験と比較する場合の解析では、外部からの熱放射を考慮し、放射率は0.85とする。

解析の手法は以下のとおりである。

- 1) 解析アルゴリズムとして SIMPLE を用いる。
- 2) 始めに相変化を無視して温度及び速度の計算を行う。
- 3) 2)の収束後、 $G > 0$ のコントロールボリュームの温度 T が融点 T_f を超えたものに対して、以下の方法で固相率 G を補正する。
 - a) 該当するコントロールボリュームにおいて、 $T - T_f$ の分の熱量 Q を計算する。
 - b) Q がコントロールボリュームの持つ融解潜熱以下であれば、固相は完全には融解しないから、コントロールボリューム温度は T_f とし、 Q に対応する分だけ G を補正する。
 - c) Q が融解潜熱以上であれば、固相は完全に融解された後、残りの熱量で $T > T_f$ となる。そこで、 $G = 0$ として、融解潜熱を超えた熱量分だけ温度補正を行う。
 - d) 時間ステップを進める。

この解析では、温度、速度が収束した後に固相率を補正している。そのため、時間ステップを大きくすると補正量が大きくなって、発散する可能性が増大する。そこで、発散しないように時間ステップに留意して計算を行った。解析では、時間ステップを1秒、 $r-\theta$ 方向メッシュ数をそれぞれ40および60として計算を行った。

解析は境界条件として表面熱伝達率が(i)一樣及び(ii)非一樣。また、伝熱機構として(i)熱伝導伝熱のみ、(ii)自然対流を考慮する。の各条件で計算を行った。すなわ

ち、解析は下の4ケースについて行った。

- Case (A): 一樣表面熱伝達率+熱伝導解析
- Case (B): 非一樣表面熱伝達率+熱伝導解析
- Case (C): 一樣表面熱伝達率+自然対流解析
- Case (D): 非一樣表面熱伝達率+自然対流解析

3. 実験

実験の概略を記す(実験装置及び実験の詳細は文献(4)を参照のこと)。流路断面が100mm×100mm、長さ1000mmの亚克力製吸い込み型風洞の、流路入口から300mm下流に、凝固した相変化物質を満たした円柱容器を水平に設置して、融解実験を行った。円柱容器として亚克力と銅の円管を用いた。亚克力円柱寸法は内(外)径が亚克力管6(8)mmから36(40)mm、銅管が18(20)mmであり、長さは110mmである。円柱容器中心温度は、円柱中心軸に設置した外径1mmφのSUS管に挿入した0.5mmφのK型シース熱電対で測定した。また、円柱外側表面によどみ点から90°おきに50μmφのCA熱電対素線を取り付け、表面温度を測定した。さらに、熱電対を取り付けない円柱容器を用いて可視化実験を行い、ビデオカメラにより固液界面の撮影を行った。PCMとしては水及びテトラデカンを用いた。それぞれの物性値をTable 1に示す。円柱容器としては亚克力管及び銅管を用いた。

実験では、円柱容器内にPCMを封入し、それを約-20°Cの低温循環水槽中に保持して凝固させた後、空気流路に水平に設置して融解させ、円柱容器の中心及び表面温度の時間変化を測定した。現在の市販のカプセル型蓄熱システムにおけるレイノルズ数は数百程度である。これらの条件を考慮して本実験におけるレイノルズ数は、 $Re=300 \sim 7400$ とした。

Table 1 Thermal Properties of phase change materials.

Water (l:liquid, s:solid)				
T_f [°C]	ρ [kg/m ³]	C [kJ/(kg·K)]	λ [W/(m·K)]	L [kJ/kg]
0	917(s)	2.0934(s)	2.2(s)	330
	999.8(l)	4.1818(l)	0.56(l)	
Tetradecane				
T_f [°C]	ρ [kg/m ³]	C [kJ/(kg·K)]	λ [W/(m·K)]	L [kJ/kg]
5.9	817(s)	1.8(s)	0.43(s)	229
	772.8(l)	2.1468(l)	0.15(l)	

4. 近似解析に基づく壁温及び 円柱内自然対流評価

ステファン数 $Ste = c(T_w - T_f)/L$ が小さい場合、熱伝導による融解現象は準定常過程として扱うことができる。円柱表面熱伝達率がほぼ一様で、熱伝導が支配的な場合には、円柱と固相形状は同心軸対称と見なすことができ、2次元熱伝導の解析が可能である。円柱内面平均熱伝達率を \bar{h}_i とし、円柱内面の平均ヌセルト数 \bar{Nu}_i を次式で定義する。

$$\bar{Nu}_i = \frac{\bar{h}_i R_i}{\lambda_l} \ln(R_i/s) \quad (11)$$

ここで λ_l は液相の熱伝導率、 R_i, s は円柱及び円柱内固相の半径である。 \bar{Nu}_o, \bar{Nu}_i を用いると、円柱の内外表面温度は熱伝導解析の結果から近似的に以下のように求められる⁽³⁾。

$$\frac{T_x - T_w}{T_x - T_f} = \frac{1}{H} \quad (12)$$

$$\frac{T_i - T_f}{T_x - T_f} = A \frac{\bar{Nu}_l \lambda_g}{2 \bar{Nu}_i \lambda_l} \ln(R_i/s) \frac{1}{H} \quad (13)$$

$$\text{ここで、} H = 1 + A \frac{\bar{Nu}_l \lambda_g}{2} \left\{ \frac{\ln(D_o/D_i)}{\lambda_w} + \frac{\ln(R_i/s)}{\lambda_l \bar{Nu}_i} \right\}$$

上式で T_i, T_w は円柱内外表面温度、 λ_g, λ_w はそれぞれ伝熱流体及び円柱容器壁の熱伝導率を示す。 \bar{Nu}_i は Itoh ら⁽¹¹⁾ により、次式で与えられている。

$$\bar{Nu}_i = 0.2 Ra_m^{0.25} \quad (14)$$

$$\text{上式で、} Ra_m = g\beta(T_i - T_f) \left[\sqrt{R_i \cdot s} \ln(R_i/s) \right]^3 / \nu\kappa \quad (15)$$

である。熱伝導のみの場合 $\bar{Nu}_i = 1$ となる。

一般に円柱内 PCM の融解過程における固相形状は円形ではなく、また、円柱容器に対して同心形状ではないが、近似的に同心円に近いとみなして、円柱容器内の液相に生じる自然対流レイリー数 Ra_m を計算し、内部自然対流の影響を評価する。外部伝熱流体の Re 及び固相半径 s が与えられると、式(9)～(15)から、繰り返し計算によって T_w, T_i および円柱内の \bar{Nu}_i, Ra_m を求めることができる。このようにして、融解過程における固相半径 s に対応する液相内自然対流レイリー数 Ra_m 等が求められる。内部自然対流の強さは Ra_m により規定され、Itoh⁽¹¹⁾ ら、Kuhn⁽¹²⁾ らによると $Ra_m \leq 10^3$ では熱伝導支配となる。

5. 結果及び考察

細い円柱を用いた実験と解析の比較及び水の密度逆転層を温度域に含む自然対流解析結果の他研究者との比較により、使用した解析コードの信頼性を検証した⁽⁴⁾。

Fig.2 に外(内)径 40(36)mm のアクリル円柱内のテトラデカンを、雰囲気温度 40°C、 $Re=500$ の強制対流下で融解する場合の解析結果を示す。図中の記号及び線はよどみ点から 90°おきにとった円柱表面温度及び中心温度である。記号と線と円柱温度の対応は図中に示した。図には解析(B)(C)(D)における円柱中心温度及び円柱表面温度を示した。また、図中に近似解析から求めた Ra_m の値を示す。 $t < 1500$ 秒の領域では解析(B)と(D)による温度はほぼ一致し、よどみ点が最高温度を示す。これから $t < 1500$ 秒では熱伝導支配であると考えられる。 $t=1000$ 秒における $Ra_m \approx 750$ がこれを裏付けている。 $t \geq 1500$ 秒では、解析(C)(D)の円柱頂部温度が上昇するとともに、よどみ点温度(円柱頂部以外の温度も)が横ばいとなるのが観察される。この円柱頂部温度の上昇とよどみ点温度の横ばいは同時に生じており、これが自然対流の影響の現れであると考えられる。自然対流が顕著になると固相表面(温度 = T_f)と円柱表面の伝熱が促進され、円柱表面温度が固相融点温度に近づくためによど

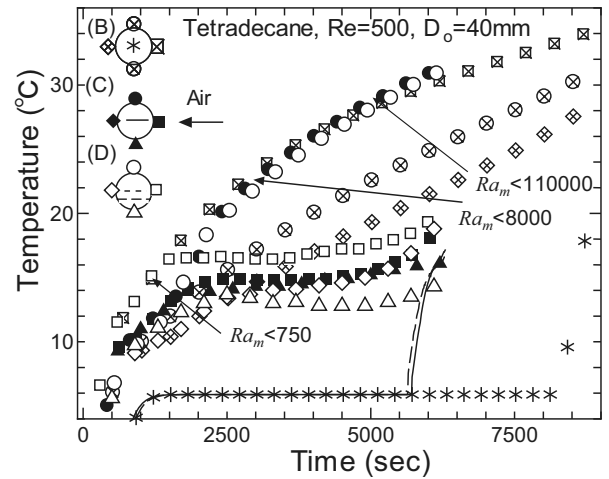


Fig.2 Plot of temperature against time during melting (Tetradekane, $Re=500$, Acrylic tube, $D_o=40$ mm)

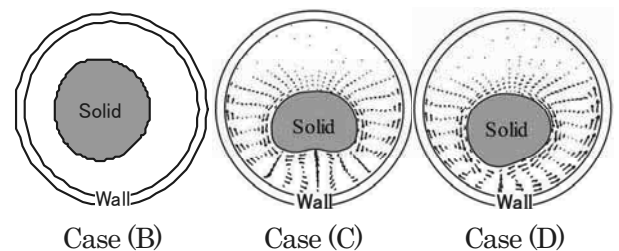


Fig.3 Velocity vector and the Solid liquid boundary ($t=5000$ sec)

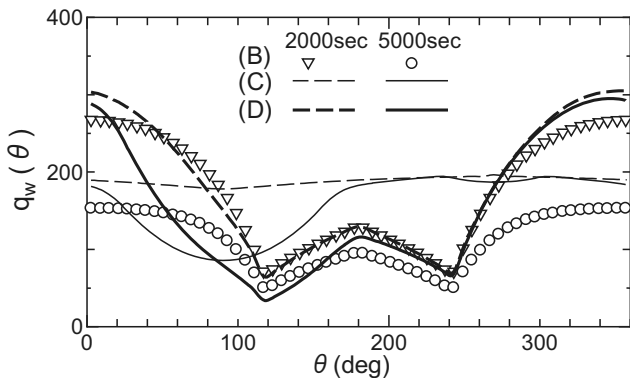


Fig.4 Distribution of q_w (Tetradecane, Acrylic tube $Re=500$, $Do=40mm$)

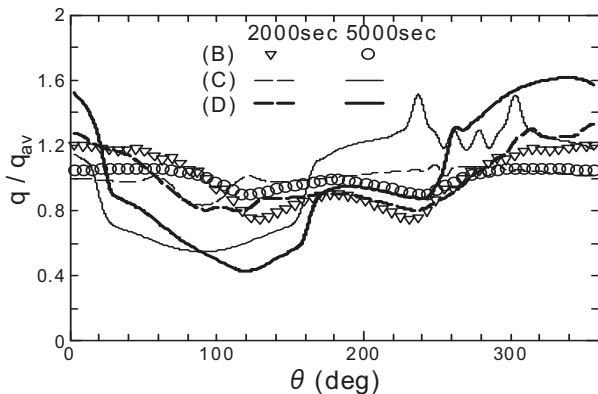


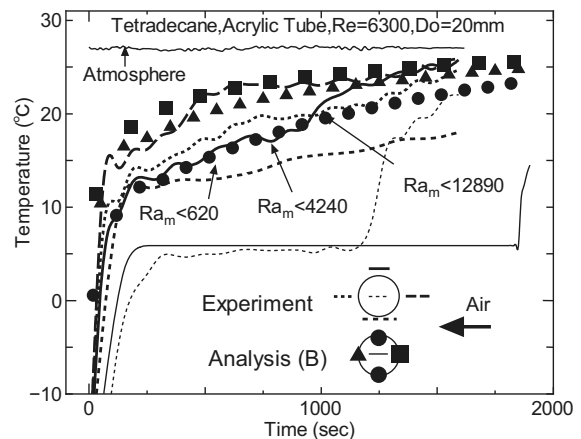
Fig.5 Distribution of q_i (Tetradecane, Acrylic tube $Re=500$, $Do=40 mm$)

み点温度の横ばいが生じると考えられる。この現象は1500～5000秒の間で顕著に観察される。t=5000秒では $Ra_m \approx 1.1 \times 10^5$ となるが、このときの速度ベクトルを固相形状とともにFig.3に示す。図で伝熱流体は右から左に流れている。解析(B)は熱伝導解析であり、液相内に流れは存在しない。(B)では熱伝達率の非一様性のためよどみ点側の融解が進み、固相が左に寄っているが、解析(D)では固相の左への寄りとは顕著ではない。これは自然対流により表面熱伝達率の非一様性が弱められていることを示す。解析(C)(D)では、固相の左右に自然対流が観察される。(C)ではさらに固相下部と円柱底面の間に1対の渦が形成されている。この渦は(D)では観察されない。固相形状は、(B)と比べて(C)(D)は小さく、特に自然対流により上部で融解が進んでいるのがわかる。融解時間は(B)の方が(C)(D)と比較して約30%ほど大きい。

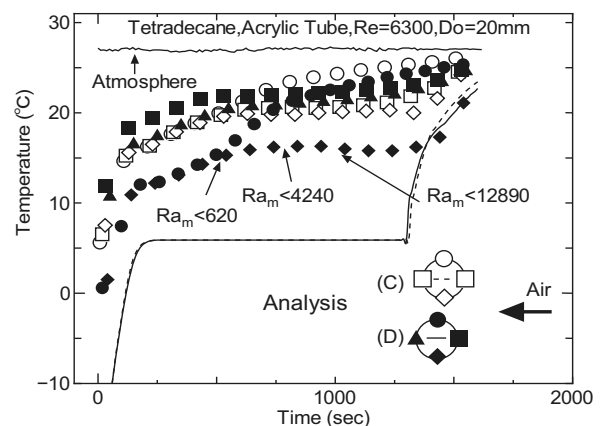
解析により得られた2000秒及び5000秒時の円柱外面及び円柱内面熱流束 q_w, q_i の周方向分布を、それぞれFig.4及びFig.5に示す。Fig.4は円柱外面熱流束 q_w 分布を示す。横軸はよどみ点から円柱頂部方向に測った角度である。解析(B)では時間経過とともに表面全体で一様に熱流束が低下するが、(C)(D)の場合、2000秒と比べて5000秒では円柱頂部附近の熱流束が大きく低下し、

円柱下部ではあまり変化していないのが観察される。解析(B)の場合、表面温度が上昇すると、伝熱流体との温度差が減少して熱流束が減ることから、時間経過とともに q_w は一様になる傾向を示す⁽⁴⁾。一方、(C)(D)の場合には、Fig.2の1500～5000秒の間に顕著に示されるように、自然対流によりよどみ点温度の上昇が抑えられる領域が現れており、この領域で円柱下部の伝熱が大きくなっていると考えられる。

Fig.5は円柱内面熱流束 q_i 分布を示す。縦軸は円柱内面熱流束を平均熱流束で規格化した。解析(B)の場合には q_w の場合と同様に時間の経過とともに q_i も一様化するのが見られる。解析(C)(D)でも、 q_w の場合と似た傾向を示し、円柱頂部で熱流束が低下する。一方、円柱下部において熱流束は高くなるが、固相と円柱底部の間に生じる自然対流により独特の形状を示す。(C)では固相下部の渦対に対応する位置に q_i の対称形状の2つの大きなピークが観察される。(D)では固相形状が左右非対称となるため、熱流束分布も非対称となっている。Fig.4とFig.5の q_w と q_i の分布を比較すると、(C)(D)それぞれの分布は、自然対流発生後、比較的似た傾向を示すが、



(a) Experiment and analysis(B)



(b) Analyses (C) and (D)

Fig.6 Plot of Temperature against time during melting (Tetradecane, $Re=6300$, Acrylic tube, $Do=20 mm$)

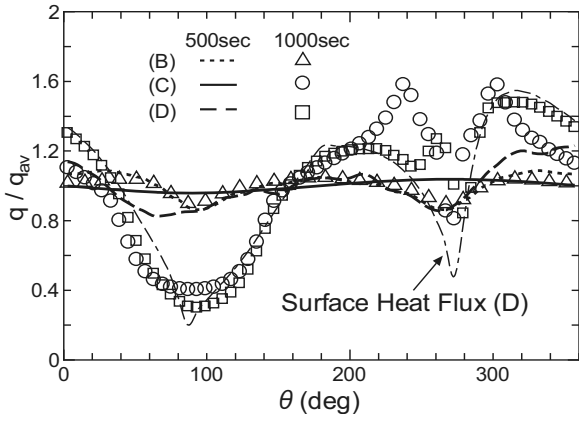


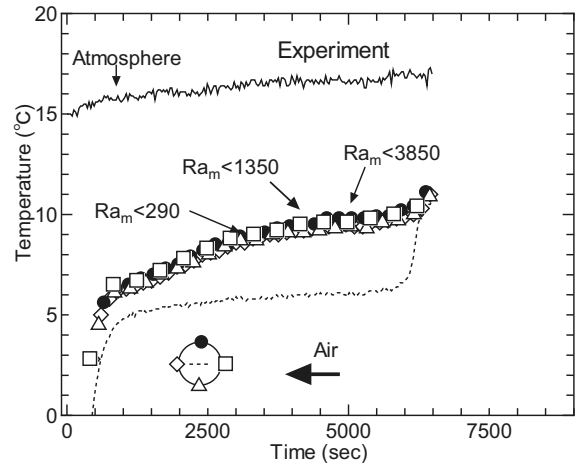
Fig.7 Heat flux distribution at inner surface from numerical solutions ($t=500, 1000\text{sec}$)

細かい分布形や大きさが異なることがわかる。

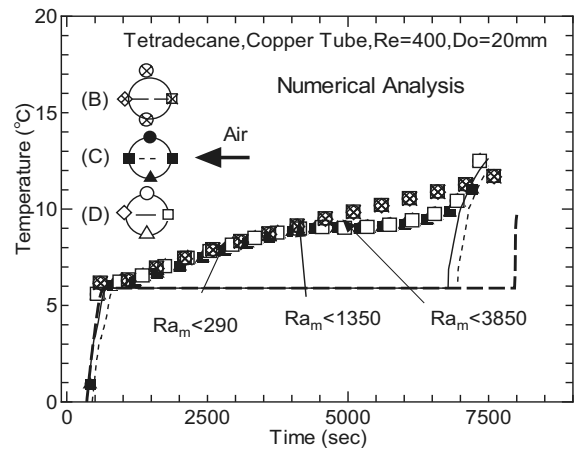
Fig.6 に外径 20mm のアクリル円柱内のテトラデカンを $Re=6300$ の強制対流下で融解させた場合の実験結果及び数値解析結果を示す。Fig.6(a) に実験結果及び熱伝導解析 (B) の結果を、Fig.6(b) に解析 (C)(D) の結果を示す。図には Ra_m の値も示した。Fig.6(a), (b) から、実験では約 900 秒に、また解析では約 600 秒に円柱頂部温度は上昇し始めている。また、よどみ点温度が横ばいになるのは、解析ではほぼ 600 秒、実験では明瞭ではないが、約 600 秒ほどである。これから、よどみ点温度が横ばいを示す時間と、円柱頂部温度が上昇する温度に若干の不一致が見られたが、大きな不一致ではないと考えられる。

Fig.2 の結果から、これらの現象は円柱内自然対流の影響によるものと考えられる。この領域の Ra_m は $620 < Ra_m < 4200$ であり、Kuhnら⁽¹²⁾ によ自然対流発生のしきい値におよそ一致する。融解後半では Ra_m は 12000 を超過すると考えられ、自然対流伝熱が支配的となる。この場合、融解時間で (C) と (D) の差は小さいが、解析 (B) と実験及び (C)(D) との差は、30% 以上となっている。

Fig.7 に、Fig.6 と同じ条件の $t=500$ 秒及び 1000 秒における円柱内面熱流束分布 q を平均熱流束で規格化して示す。図には解析 (D) の場合の円柱外表面熱流束 q_w の分布も示した。ここでは q_w も平均値により規格化した。融解初期の $t=500$ 秒では、 q/q_w は表面熱伝達率の非一様性等の影響を示しているが、角度依存性は小さい。 $Ra_m > 1000$ となる $t=1000$ 秒となると、Fig.4 の場合と同様に解析 (C)(D) では熱流束が円柱頂部領域で大きく低下し、円柱下部で高くなっていること、(C) の q が左右対称であるのに対し、(D) の場合には円柱下部で大きく非対称となっているのが観察される。これから自然対流が顕著な領域では、円柱内面における伝熱は主に下部で生じていることが示される。



(a) Experiment



(b) Numerical Analysis

Fig.8 Plot of temperature against time during melting (Tetradecane, $Re=400$, Copper tube, $Do=20\text{mm}$)

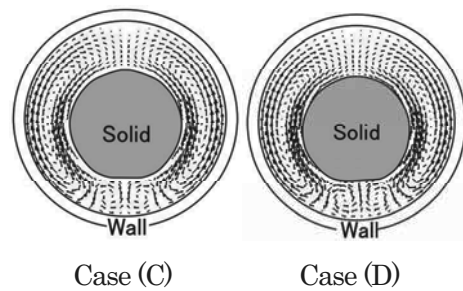


Fig.9 Velocity vector and Solid liquid boundary ($t=5000\text{sec}$)

Fig.8 に外 (内) 径 20(18)mm の銅円柱内のテトラデカンを、 $Re=400$ の強制対流下で融解させた場合の温度の時間変化を示す。Fig.8(a) は実験結果を、Fig.8(b) は数値解析結果を示す。銅円柱の場合には熱伝導率が高いため表面温度のばらつきは非常に小さくなる。約 3500 ~ 4000 秒以降、実験及び解析 (C)(D) で、表面温度が横ば

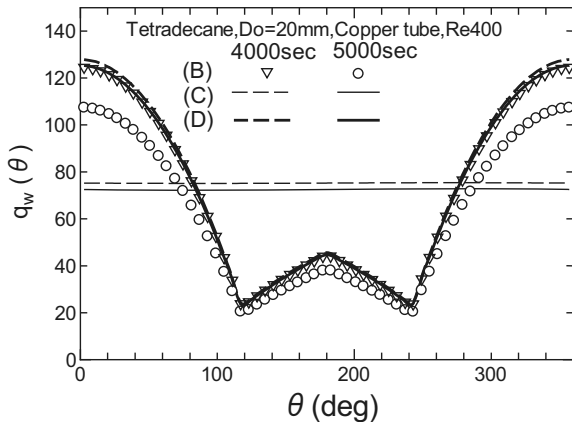


Fig.10 Distribution of q_w (Tetradecane, Copper tube, Re=400, Do=20mm)

いになる現象が観察される。Fig.2, Fig.3から、この領域で自然対流が顕著になっていると考えられる。熱伝導解析(B)では、この温度の横ばい現象は観察されない。この時間域の Ra_m を計算すると $Ra_m \approx 1350$ である。

Fig.9に $t=5000$ 秒における(C)(D)の固相及び速度ベクトル図を示す。図からわかるように、両者の固相形状及び速度ベクトルはほぼ一致している。また、両者とも固相下部に渦対が観察される。すなわち、この場合、円柱表面の非一様熱伝達率は液相の融解過程にほとんど影響を及ぼさないと考えられる。

Fig.10にFig.8の解析で得られた円柱外側表面熱流束 q_w 分布を示す。解析(B)は時間経過とともに円柱表面温度が一樣に上昇するため、熱流束は一樣に低下する。一方、(C)(D)では、 $t \geq 4000$ で生じている温度の横ばい現象のため、この領域では q_w はほとんど変化しないと考えられる。

Fig.11にこの場合の4000秒及び5000秒における q_i の円柱内面分布を示す。非一様熱伝達分布による熱伝導解析(B)の q_i は円柱内面では一樣となっているのがわかる。自然対流解析(C)と(D)では、自然対流の影響が4000秒で現れ始め、表面熱伝達率分布の差がわずかではあるが q_i の分布に影響を及ぼしている。しかし、 $t=5000$ 秒では、(C)(D)の q_i 分布はほぼ一致し、ともに固相下部の $\theta \approx 240^\circ, 300^\circ$ 付近に2つの高いピークが観察される。この2つのピークは円柱下部に生じる渦対によるものである。図に示されるように、円柱左右の q_i 分布はほぼ対称となることから、銅円柱では熱伝達率の非均一性の影響は融解後半にほとんど無視することができる。また、 $t=5000$ 秒では、主な伝熱は円柱下部で行われており、上部での伝熱量は小さい。

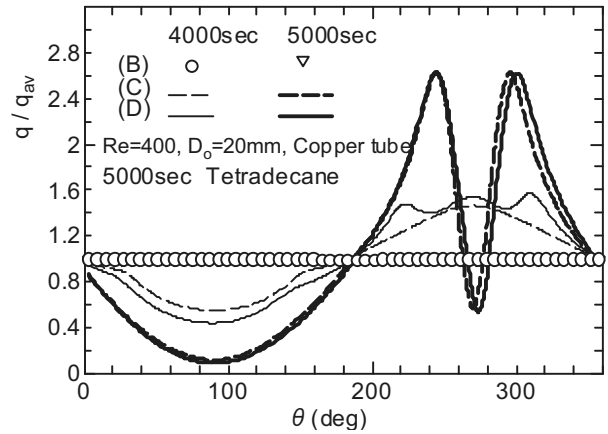


Fig.11 Distribution of q_i (Tetradecane, Copper tube, Re=400, Do=20mm)

6. 結論

これらの結果から以下の結論を得た。

1. 水平円柱内固相の融解に及ぼす内部自然対流の影響は円柱表面温度の挙動により判断することができる。すなわち、自然対流の影響が顕著になると、表面温度の上昇は抑制され、きわめて緩やかな上昇に変化する。
2. 円柱内部自然対流レイリー数 Ra_m は近似解析により評価することができる。内部自然対流が顕著になるときのレイリー数は、およそ $Ra_m \geq 10^3$ である。この値はKuhénら⁽¹²⁾による値とほぼ一致する。
3. アクリル円柱の場合には、融解初期には表面熱伝達率非一様の影響が表面温度、固相形状などに顕著に表れるが、融解が進み、自然対流が支配的になると、表面熱伝達率の非一様性の影響は徐々に小さくなる。一方、銅円柱の場合には、表面温度が一樣となるため、融解に及ぼす表面熱伝達率の影響は融解初期から無視することができる。

参考文献

- (1) 石川正昭, 平田哲夫, 玉木恕乎, 小原公和, 一様流中に置かれた潜熱蓄熱カプセルの熱特性, 機論B編, 59巻 No.568(1993), pp.3951-3958
- (2) Zukauskas, A., Heat Transfer from Tubes in Crossflow, Advances in Heat Transfer, 8(1972), 93.
- (3) 椎名保顕, 稲垣照美, 潜熱蓄熱円筒カプセルの融解特性に及ぼす実効熱伝達率の影響に関する研究, 機論B編, 69巻 -681(2003), 1233.
- (4) 小木浩通, 椎名保顕, 稲垣照美, 水平円柱内相変化物質の融解に及ぼす非均一熱伝達率の影響, 機論B編, 74巻 -748(2008), 2588

- (5) 桜和田宗彦, 丹羽清美, 馬淵幾夫, 熊田雅弥, 円柱からの局所物質熱伝達に対するブロッケージ比効果に関する研究, 機論, B編, 42巻, No.360(1976), pp.2481-2491
- (6) 桜和田宗彦, 馬淵幾夫, 高ブロッケージ比における円柱まわりの流動と熱伝達, 機論, 46巻, No.409(1980), pp.1750 - 1759
- (7) SUGA CO. Ltd., SUGA Technical Report, NO. 30994 (1994)
- (8) Eckert, E.R.G. And Soehngen, E., Distribution of Heat Transfer Coefficients Around Circular Cylinders in Crossflow at Reynolds Numbers From 20 to 500, ASME. Vol.74 (1952), pp.343-347
- (9) Schmidt, E. and Wennner, K., Geb. Ingenierwes, Vol.12 (1941), pp.65-73
- (10) 伝熱工学資料, 改訂第4版, p.61
- (11) Itoh, M., Nishiwaki, N. and Hirata, M., A New Method of Correlating Heat Transfer Coefficients for Natural Convection in Horizontal Cylindrical Annuli., Int J. Heat Mass Transfer, Vol.13(1970), pp.1364-1368
- (12) Kuehn, T.H. and Goldstein, R.J., J Fluid Mech., An Experimental and Theoretical Study of Natural Convection in the Annulus Between Horizontal Concentric Cylinders, Vol.74, (1976), pp. 695-719

脚の振動特性の違いを利用した
電磁式マイクロ移動ロボットの機構と制御に関する研究
(ロボットの試作, 予備実験, および巡回走行の実験)

磯貝正弘*

(2011年9月30日受理)

Moving Mechanism of and Control Method for a Micro-Robot
Using the Difference in the Vibration Characteristics of the Legs
(Fabrication of a Prototype Micro-Robot, Preliminary Experiments
and Experiments in Turing Control)

Masahiro Isogai*

(Received September 30, 2011)

Abstract

In recent years, a large number of studies have focused on micro-robots. Moreover, yearly contests have been held in order to develop micro-robot technologies. As a result of these activities, various types of micro-robot have been proposed, including motor-type, piezoelectric-element-type, and electromagnet-type micro-robots. The present study considers a moving mechanism of and a control method for an electro-magnet-type micro-robot that can not only run in a straight line but can also turn with only one electromagnet coil using the difference in vibration characteristics of the right and left legs. In the present paper, the control method to change the turning radius is proposed, and the prototype micro-robot and its controller are fabricated. In addition, the characteristics of the turning radius are investigated through a number of experiments.

キーワード: マイクロロボット, 電磁コイル, 永久磁石, 振動

Key Words: Micro-Robot, Electromagnet Coil, Permanent Magnet, Vibration

1. はじめに

現在, マイクロロボットに関して, 機構, アクチュエータ, センサ, 制御方法, エネルギー供給方法などの広い範囲の技術にわたって盛んに研究が行われている [1] ~ [8]. また, マイクロロボットやマイクロマシンに関する国際的なコンテストが毎年行われ, 一般社会人や, 大学生, 高校生などの多くの参加者があり, マイクロロボットに対する関心がますます高まっている [9] ~ [12].

このような研究やコンテストで発表されているマイクロロボットやマイクロマシンで, 平面上を走行するもの

の方式は, 次のように分類される [13],[14].

- (1) 車輪型
- (2) 歩行型
- (3) 振動型

車輪型には, 小形のステッピングモータを使用したもの, DCモータを使用したもの, 超音波モータを使用したものがある. 歩行型には, バイモルフ型圧電素子を使用したもの, 形状記憶合金を使用したもの, 超磁歪材料を使用したものがある. 振動型には, 電磁石を使用したもの, 積層型圧電素子を使用したもの, 超音波により金属板を振動させるものがある. これらのマイクロロボ

* 愛知工科大学自動車短期大学 〒443-0047 愛知県蒲郡市西迫町馬乗 50-2
Faculty of Engineering, Aichi University of Technology, 50-2 Manori Nishihasama-cho, Gamagori, Aichi 443-0047 Japan

ットでは、どの分類のものでも、左右旋回走行を行わせるために、複数のアクチュエータを搭載している。たとえば、モータを使用したものでは、2つのモータを搭載し、電磁石を使用したものでも、2つの電磁石を搭載した2輪(2脚)独立駆動方式がとられている [15]。アクチュエータの個数をできるだけ少なくすることにより、マイクロロボットの大きさをより小さくすることが期待できる。ロボットの大きさが小さくなることによって、空きスペースができる。その空きスペースにセンサやコントローラの回路、バッテリーなどを搭載させることが、より小型の、無線のリモートコントロール型や自律型のマイクロロボットの実現を可能とさせると考える。

著者らの研究グループも、これまでに体積が $1[\text{cm}^3]$ に収まるようなマイクロロボットについて、移動機構と制御方法に関する研究を行ってきた [16]~[18]。これまでの研究で、アクチュエータの個数を最少とすることを目的にして、1つの電磁コイルのみでも旋回走行を可能とする電磁式のマイクロロボットの構造と制御方法を提案し、直進走行と旋回走行の特性について調べた。マイクロロボットが旋回走行を行うための構造と制御方法として、参考文献 [18] では電磁コイルに与える制御信号のオフセット成分を調整する方法を提案した。本論文では、参考文献 [18] で提案した方法とは別の方法として、左右の脚の振動特性に差をつけ、電磁コイルに印加する2つの周波数の周期パルスの個数の比率を変えることにより旋回半径を変化させる方法を提案する。マイクロロボットの本体とコントローラの試作を行い、提案する方法の有効性を実験により確認したので報告する。

2. マイクロロボットの構造

本研究で提案するマイクロロボットの構造を Fig.1 に、写真を Fig.2 に示す。マイクロロボットは、大きく分けて、一つの電磁コイル(①)と二本の脚(⑤、⑥)で構成されている。ロボットの脚には厚さ $0.2[\text{mm}]$ の金属板が用いられ、永久磁石(⑦)が電磁コイル(①)と対抗する

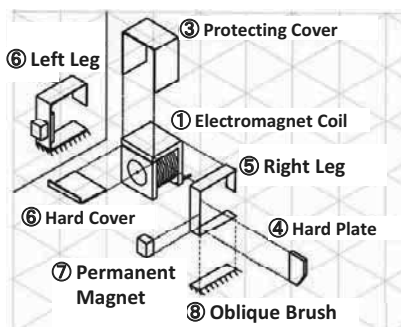


Fig.1 Structure of micro-robot

ように取り付けられている。また、脚の底面にナイロン製の斜毛(⑧)が貼り付けられている。斜毛の傾斜角は左右の脚について同じにしている。斜毛の働きについては、第3章の旋回走行の原理で説明する。左右の脚の幅が異なることによって、脚の振動特性に違いを持たせることがロボットの構造上、一つの電磁コイルで左右旋回を可能とするための特徴となっている。今回は、右脚(⑤)の幅を $2.2[\text{mm}]$ 、左脚(⑥)の幅を $2.8[\text{mm}]$ としている。電磁コイルは、市販の小形のメカニカルリレー(オムロン製、G5V1)に用いられているものを使用して

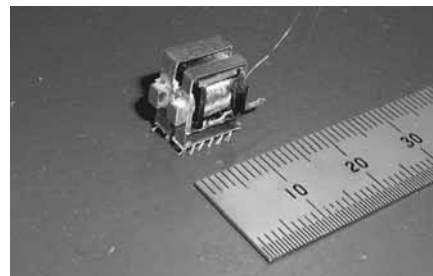


Fig.2 Photograph of micro-robot

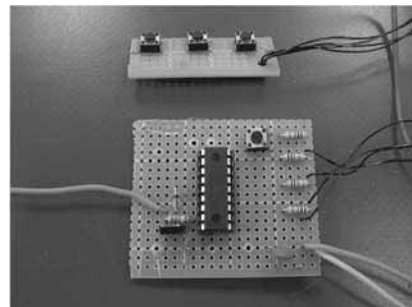


Fig.3 Photograph of circuit board of controller for micro-robot

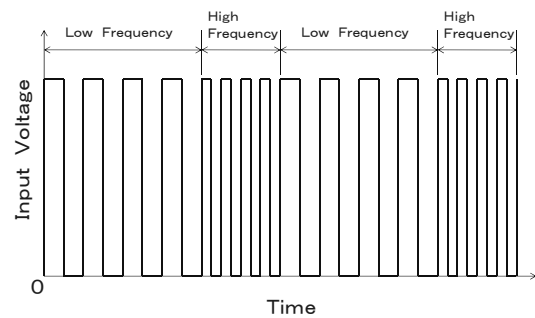
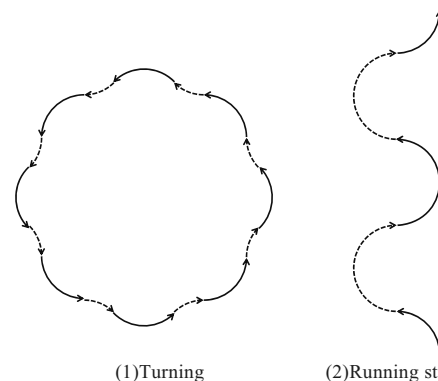


Fig.4 Control input voltage



(1)Turning (2)Running straight
Fig.5 Schematic diagrams of paths of turning and running straight

いる。また、**Fig.3**に示すコントローラの回路基板から電磁コイルに、ケーブルを通して制御信号とエネルギーが供給される。電磁コイルと制御回路基板とを接続するケーブルは、ロボットの走行を妨げないように、直径0.05[mm]のエナメル線を使用している。ロボットの大きさと質量はそれぞれ、6.25[mm]×10.55[mm]×10.05[mm]と1.95[g]である。

3. 巡回走行の原理

脚の底面に張り付けられた斜毛は、進行方向に対して走行面との摩擦係数が小さく、後退方向に対して大きくなっている。そのため、電磁コイルに与える入力電圧を周期的に変化させると、永久磁石の取り付けられた脚が振動し、駆動力が走行面に伝わり、マイクロロボットの前方への走行が可能となる。

本研究では、**Fig.4**に示すように、左右の脚の振動特性に合わせて、高い周波数と低い周波数の周期パルスの電圧を電磁コイルに交互に与える。振動させる脚を時間的に交互に切り替えて、各脚を振動させる時間を調節することにより、擬似的な巡回走行が可能になると考える。**Fig.5**に擬似的な巡回走行と直進走行の軌跡の概念図を示す。単一の周波数では最小半径でしか巡回走行できないが、左右の巡回を交互に行うことにより、左右の圆弧運動をつなぎ合わせて、大きな半径での巡回走行が可能になると考える。左右の圆弧運動の長さのバランスを変えることにより、巡回半径を変えられると考える。

4. コントローラの製作

4.1 回路の製作

製作したコントローラの回路図を**Fig.6**に示す。電磁コイルに与える周期パルスを生成するために、マイクロコンピュータを使用した。マイクロコンピュータとしては、周辺機器をコントロールするためにマイクロチップ・テクノロジー社によって開発されたPICを使用した。PICは、安価であることから、量産メーカーによる組み込み用途だけでなく、個人の趣味のレベルでも利用され、マイクロロボットのコンテストに出場している車輪型や2足歩行型のロボットにも多く使用されている。また、8ビットのもので入手性がよく、参考図書が豊富でインターネットでも容易に関連資料が収集できるということと、プログラム容量と処理速度が十分であるという理由から、PICの型式としてPIC16F84Aを選定した。

回路では、3個のスイッチにより、直進走行、右巡回

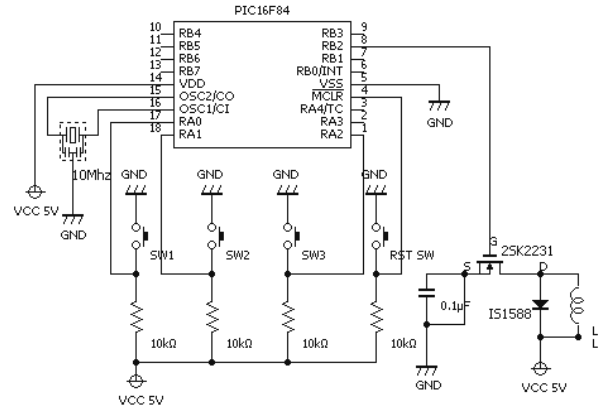
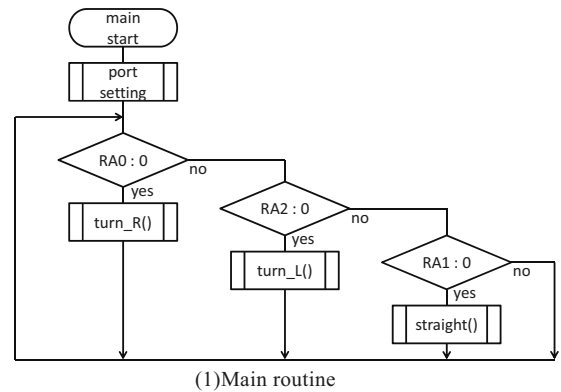


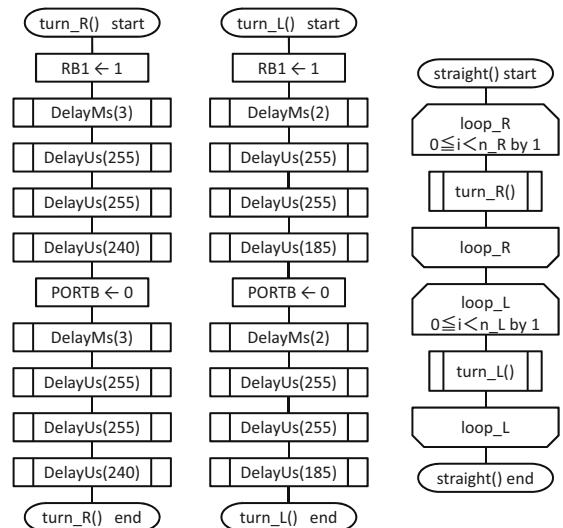
Fig.6 Electric circuit of controller

走行、左巡回走行のそれぞれのモードが選択できるようになっている。

PICから出力される信号の電流は、電磁コイルを駆動するには小さすぎる。そのため、電界効果トランジスタ (FET) を使用したスイッチング回路により、電磁コイルに十分な電流を流すようにした。電界効果トランジスタとして、MOS型FET(東芝製2SK2231)を使用した。



(1) Main routine



(2) Functions for turning right, turning left and running straight

Fig.7 Flowchart of the microcontroller program

4.2 コントローラの回路で使用するマイクロコンピュータのプログラムの開発

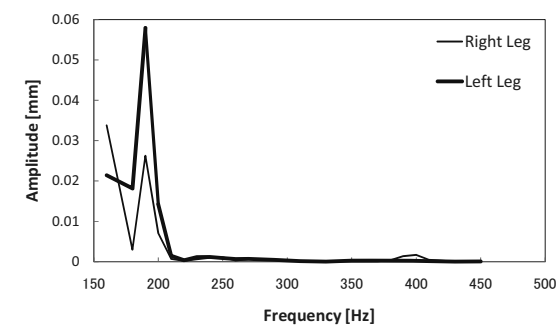
3個のスイッチにより、3つの走行モードを切り替え、それぞれの走行モードに応じた周波数の周期パルスを作成するプログラムを作成した。プログラムの中で使用する、メイン関数である `main()`、右旋回走行を行わせる関数である `turn_R()`、左旋回走行を行わせる関数である `turn_L()`、直進走行を行わせる関数である `straight()` のそれぞれのフローチャートを **Fig.7** に示す。

5. 実験

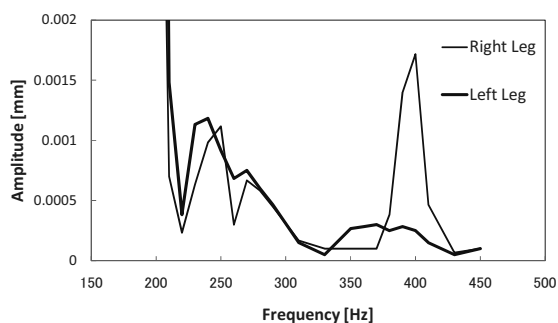
5.1 予備実験

左右の脚の振動と旋回に関する周波数特性を調べる実験を行った。

まず、ロボットの本体を固定し、電磁コイルに印加する電圧の周波数を変化させて左右の脚の振動を測定した。脚の振動は永久磁石が取り付けられている脚の垂直面で斜毛が張り付けてある面から約 $0.5[\text{mm}]$ 上のところを、レーザ変位センサ (SUNX 株製、センサヘッド: HL-C105B-BK, コントローラ: HL-C1C, 計測ソフトウェア: HL-C1AiM) で測定した。この実験では、振幅が $1.8[\text{V}]$ の正弦波状の電圧をファンクションジェネレータから出力させて、電磁コイルに印加している。 **Fig.8**



(1) Range of amplitude: from 0 to 0.06mm



(2) Range of amplitude: from 0 to 0.002mm

Fig.8 Preliminary experimental results of frequency response of the amplitude of the micro-robot's legs

に脚の振幅の測定結果を示す。 **Fig.8** より、共振周波数は、右脚の場合は、1次モードが $190[\text{Hz}]$ 、2次モードが $250[\text{Hz}]$ 、3次モードが $400[\text{Hz}]$ であることがわかった。また、左脚の場合は、1次モードが $190[\text{Hz}]$ 、2次が $240[\text{Hz}]$ 、3次モードが $370[\text{Hz}]$ であることがわかった。左右の脚の振幅を比較してみると、 $190[\text{Hz}]$ のときに左脚の振幅が右脚の振幅より大きく、逆に $400[\text{Hz}]$ のときには右脚の振幅が左脚の振幅より大きいことがわかる。このため、この2つの周波数で左右の脚の振幅の大きさが異なることを利用すれば、左右の旋回が可能になることが期待できる。

次に、走行面をガラス面として、パルス周波数と旋回半径、および、旋回速度との関係を調べる実験を行った。走行面にガラス面を使用したのは、今回試作したマイク

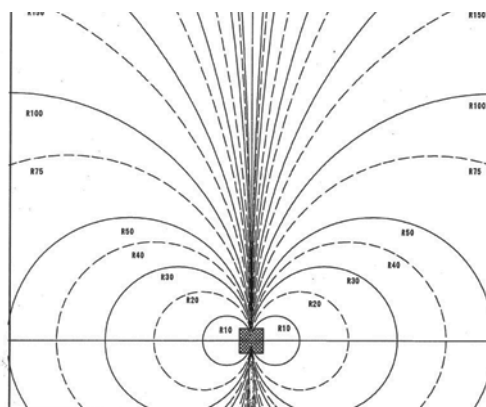
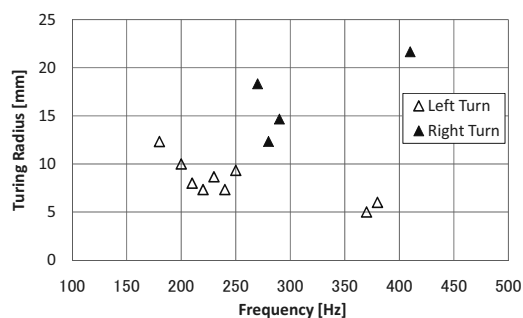
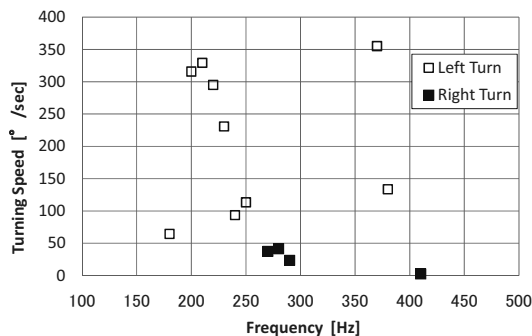


Fig.9 Sheet for measuring turning radius



(1) Turning radius vs. frequency



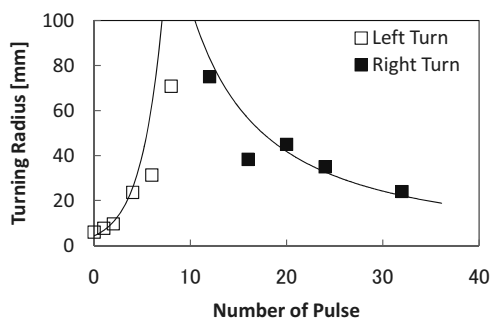
(2) Turning speed vs. frequency

Fig.10 Preliminary experimental results of frequency response of turning

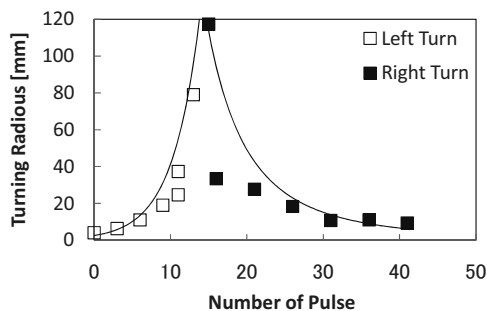
ロボットを、国際マイクロロボットメイズコンテストの 카테고리 0 の競技に出場させることを想定したためである。走行面の材質や表面粗さが旋回走行の特性にどのように影響を及ぼすかについて調べることは、今後の課題である。パルス周波数を 180[Hz] から 410[Hz] まで変化させていき、その時の旋回方向、旋回半径、旋回速度を調べた。Fig.9 に、この実験で使用した旋回半径を測定するためのシートの一部を示す。このシートをガラスとテーブルとの間に敷き、シート上のガラス面をマイクロロボットに走行させて旋回半径を測定した。測定結果を Fig.10 に示す。エネルギー効率を高くすることと、きめ細かく旋回半径を調整することから、旋回速度がより速く、また、旋回半径がより小さくなるような、適切なパルス周波数を求める必要があると考える。このことを考慮すると、Fig.10(1), (2) より、左旋回の場合、パルス周波数が 220[Hz] のとき旋回半径が小さくなり、かつ、旋回速度が大きくなっているため、左旋回の適切なパルス周波数は 220[Hz] ということができる。同様にして、右旋回の場合、パルス周波数が 280[Hz] のとき旋回半径が小さくなり、かつ、旋回速度が大きくなっているため、右旋回の適切なパルス周波数は 280[Hz] ということができる。これは、Fig.8 の結果から期待された周波数とは異なっている。このことから、脚の斜毛が走行面に接地している場合の特性は、単純に接地していない場合の特性と同じというように考えることができず、複雑であることがわかった。

5.2 旋回走行の実験

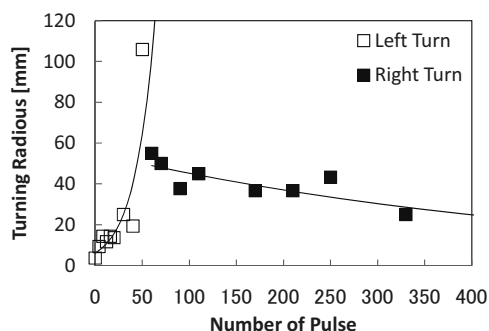
旋回走行の特性を調べる実験を行った。電磁コイルに与える電圧の周波数は、予備実験の結果に基づいて、220[Hz] と 280[Hz] とした。今回は、各周波数の連続パルスの時間を変える代わりに、連続パルスの数を変化させて、連続パルスの数と旋回半径との関係を調べた。まず、220[Hz] の連続パルスの数を 3 に固定し、280[Hz] の連続パルスの数を変化させていき、その時の旋回半



(1) Experimental result when the number of the 220Hz pulses was a constant 3 and the number of the 280Hz pulses was changed.



(2) Experimental result when the number of the 220Hz pulses was a constant 5 and the number of the 280Hz pulses was changed.



(3) Experimental result when the number of the 220Hz pulses was a constant 10 and the number of the 280Hz pulses was changed.

Fig. 11 Turning radius vs. number of pulses

径を計測した。計測した結果を Fig.11(1) に示す。次に、220[Hz] の連続パルスの数を 5 に固定し、280[Hz] の連続パルスの数を変化させていって、その時の旋回半径を計測した。計測した結果を Fig.11(2) に示す。最後に、220[Hz] の連続パルスの数を 10 に固定し、280[Hz] の連続パルスの数を変化させていって、その時の旋回半径を計測した。計測した結果を Fig.11(3) に示す。Fig.11(1), (2), (3) より、旋回半径は連続パルスの数に対して変化することがわかる。この実験結果から、電磁コイルに与える入力電圧の脚の振動特性に応じた周波数の連続パルスの数の比率を変えることにより、旋回半径を変えられることがわかった。

6. おわりに

本論文では、体積が 1[cm³] におさまる電磁式のマイクロロボットについて、電磁コイルが 1 つであっても旋回走行を可能とさせるための機構と制御方法として、両脚の振動特性の違いを持たせて、駆動パルスの個数の比率を変えることにより旋回半径を変化させる方法を提案した。マイクロロボットの本体とコントローラの回路の製作、プログラムの作成を行った。提案した機構と制御方法の有効性を実験により確認した。

今後は、走行の数学モデルを構築し、理論解析を行い、シミュレーションと実験結果とを比較して、提案する方法の有効性を確認する。

参考文献

- [1] 藤正巖：“驚異の医療機械 マイクロマシン”，ブルーバックス，講談社，pp.143-165，1990.
- [2] 福田敏男，光岡豊一：“夢のマイクロロボット”，オーム社，pp.37-96，1995.
- [3] J.J. Abbott, Z. Nagy, F. Beyeler, and B.J. Nelson:” Robotics in the small, Part I: Microrobotics, “ IEEE Robot. Automat. Mag., vol. 14, no. 2, pp.92-103, 2007.
- [4] 福田敏男，光本直樹ほか2名：“マイクロ移動ロボットに関する基礎的研究(第1報，マイクロ移動ロボットの試作，動作実験及び，数学モデル)”，日本機械学会論文集(C編)，59, 562, pp.185-192, 1993.
- [5] 谷和男：圧電振動を用いた移動機械とその摩擦モデル，日本ロボット学会誌，14, 8, pp.49-53, 1996.
- [6] 五百井清：遠心力を利用した走行マイクロロボットの研究，日本ロボット学会誌，17, 3, pp.86-91, 1999.
- [7] 五百井清，村上綾伸：周期力を受けるマイクロロボットの旋回運動に関する研究，日本ロボット学会誌，19, 1, pp.142-148, 2001.
- [8] 磯貝正弘，八代仁：“3脚型電磁式マイクロロボットの移動機構と制御に関する研究(ロボットの試作と直進走行の基礎特性実験)”，日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会予稿集，1A2-D01, 2007.
- [9] 本間大：“山登り マイクロメカニズムコンテストから”，精密工学会誌，57, 12, pp.47-48, 1991.
- [10] 内田隆裕：国際マイクロロボットメイズコンテスト，ロボコンマガジン，2, pp.26-28, 2000.
- [11] H.Isihara, Overview of International Micro Robot Maze Contest 2005, Proc. of Int. Symposium on Micro-Nano Mechatronics and Human Science, pp.303-321, 2005.
- [12] 磯貝正弘：“国際マイクロロボットメイズコンテストに参加して”，愛知工科大学紀要，Vol.3, pp.95-102, 2005.
- [13] アクチュエータ研究会編：ミクロをめざすニューアクチュエータ，工業調査会，pp.157-159.
- [14] R.Siegwart and I.R.Nuorbakhsh, “Introduction to Autonomous Mobile Robots”，The MIT Press, pp.8-9(2004).
- [15] 高野政晴：車輪移動機構のABC(第3回運動学)，日本ロボット学会誌，Vol.13, no.3, pp.355-360, 1995.
- [16] 磯貝正弘，福田敏男：“マイクロロボットの移動機構と制御に関する研究(直進走行の特性)”，第24回日本ロボット学会学術講演会予稿集，2A23, 2006.
- [17] 磯貝正弘，福田敏男：“マイクロロボットの移動機構と制御に関する研究(平坦面および傾斜面における直進走行の特性)”，愛知工科大学紀要，Vol.4, pp.35-40, 2006.
- [18] 磯貝正弘，福田敏男：“マイクロロボットの移動機構と制御に関する研究(旋回走行の制御の実験)”，愛知工科大学紀要，Vol.6, pp.53-57, 2009.

ソーラーカー用モニタリングシステムの開発

鈴木宏和*, 橋本孝明*, 永田英雄*

(2011年9月30日 受理)

Development of the Monitoring System for Solar Car

Hirokazu Suzuki*, Takaaki Hashimoto*, Hideo Nagata*

(Received September 30, 2011)

Abstract

Because the limited energies must be effectively used by the solar car, both saving powers and managing energies are important in the solar car race. As the first step we developed the monitoring system which could manage the energies of solar cars, although the general purpose of this study is to improve the technology for utilizing solar energies. With the vehicle equipped with this monitoring system we participated in the solar car race of FIA ALTERNATIVE ENERGIES CUP SOLAR CAR RACE SUZUKA 2011. And we could confirm that the developed monitoring system sufficiently worked.

キーワード: ソーラーカー, 充電状態, モニタ, マイクロコントローラ

Key Words : Solar Car, State of charge, Monitor, Microcontroller

1. はじめに

ソーラーカーの基本は、ソーラーパネルによる発電電力のみでモータを回転させ走行することであるが、ソーラーパネルが影になれば、発電電力は得られずモータは停止する。また、下り坂などほとんど電力を必要としない場合は、ソーラーパネルの発電電力は無駄となる。このため、ソーラーカーには、電力不足を補ったり、ソーラーパネルの余剰電力を蓄えたりするためのバッテリーが併用されている。そのため、従来の自動車において燃料計が必要なように、ソーラーカーではバッテリー残容量計が必要となる。

通常、バッテリーの充電状態¹⁾は電圧を測って算定されるが、ソーラーカーのバッテリーは常に充放電され、様々な速度で運転されるので、バッテリー電圧も大きく変動し、この方法でバッテリーの残容量を把握することは不適切である。唯一の方法は、バッテリーに流出入するエネルギーの状態を把握することである。

そこで、著者らはマイクロコントローラ(以下マイコ

ン)を使用して、負荷電流、ソーラーパネル発電電流、バッテリー電圧などを測定して、バッテリーに流出入する電力量を算出した。そして、これらを液晶ディスプレイに表示するソーラーカー用モニタリングシステムを開発した。

2. ハードウェア^{2),3)}

開発したソーラーカーのモニタリングシステムの外観を Fig.1 にまた、回路構成を Fig.2 に示す。

使用したマイコンは、テキサス・インスツルメンツ社製の16ビットのRISC型ワンチップマイコンMSP430F4270である。このマイコンの周辺機能には、クロック発生回路、ADコンバータ、DAコンバータ、I/Oポート、LCDインターフェース、8ビット、16ビットのカウンタ/タイマ、インターバル・タイマとしても利用できるウォッチ・ドッグ・タイマなどがある。また、このマイコンは、計測に欠かせない高分解能の16ビット・シグマ・デルタ型ADコンバータを8チャンネル内蔵

* 愛知工科大学自動車短期大学, 〒443-0047 愛知県蒲郡市西迫町馬乗 50-2
Aichi University of Technology Automotive Junior College, 50-2 Manori, Nishihasama-cho, Gamagori, Aichi 443-0047, Japan

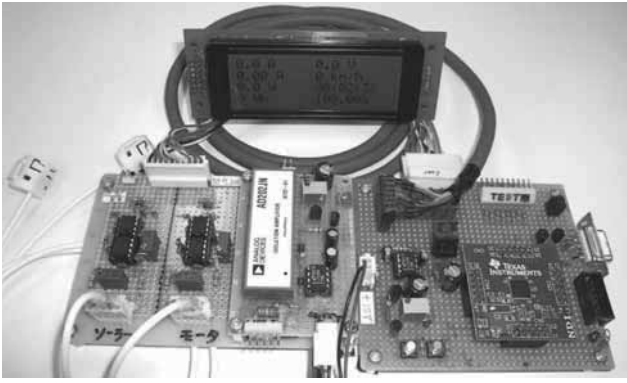


Fig.1 ソーラーカー用モニタリングシステムの外観

しており、バッファ・アンプ、可変ゲイン・アンプなどアナログ回路も内蔵しているので、使用チップ数も大幅に削減でき、低消費電力動作のシステムを作ることが容易であるなどの特徴を持っている。

MSP430F4270 は、プログラム用フラッシュ ROM を 32k バイト 内蔵しており、プログラムの書き換えを高速にかつ容易に行うことができる。プログラム書込用の JTAG インターフェースの回路を Fig.3 に、また試作したプログラム書込用インターフェース基板を Fig.4 に示した。パソコンとのインターフェースは、プリンタ・コネクタであるパラレル・ポートを使用した。

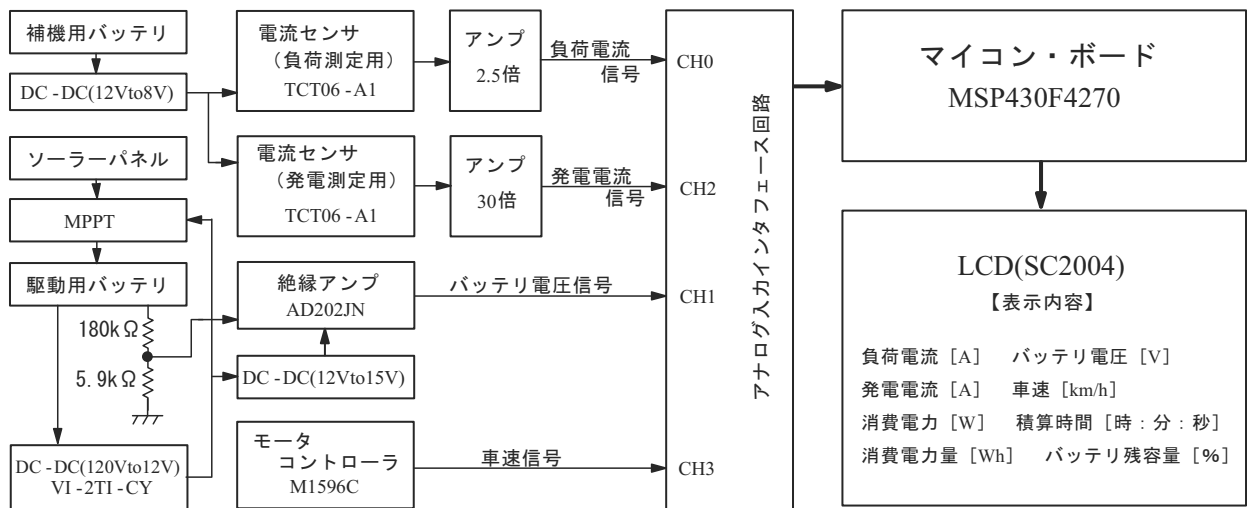


Fig.2 ソーラーカー用モニタリングシステムの回路構成

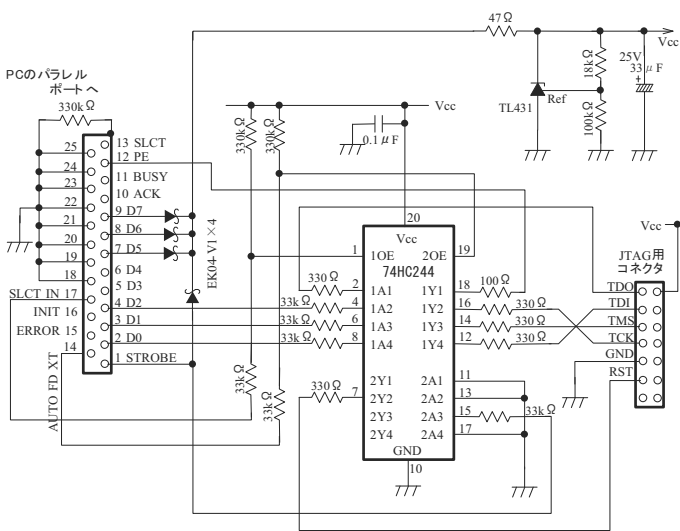


Fig.3 プログラム書込用 JTAG インターフェース回路

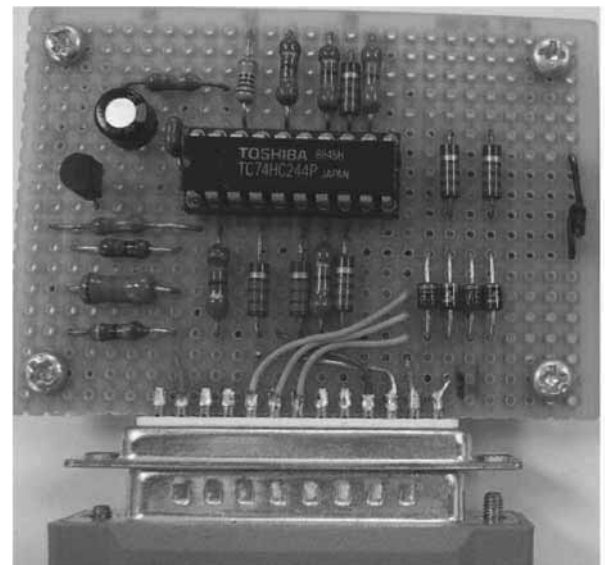


Fig.4 プログラム書込用 JTAG インターフェース基板

プログラムの開発は、無償で提供される統合開発環境 IAR Embedded Workbench KickStart for MSP430 V3.41A を使用して、C 言語で行った。このソフトウェアは出力するコードの大きさが 4k バイトに制限されている以外は、特に制約はない。

MSP430F4270 周辺の回路を Fig.5 に示した。液晶表示器には、ASCII 文字で 20 文字×4 行と多くの情報量を表示できる SC2004C を採用した。

MSP430F4270 は 3.3V 動作のため、Fig.6 に示す電源回路で、補機用バッテリー 12V を 3.3V に変換して供給した。

また、電流センサ用アンプの電源は、三端子レギュレータ 78008AP により、安定化した 8V を供給した。

液晶表示器 SC2004C の動作電源は、5V 単一電源であるが、MSP430F4270 の I/O 出力が 3.3V のため、このま

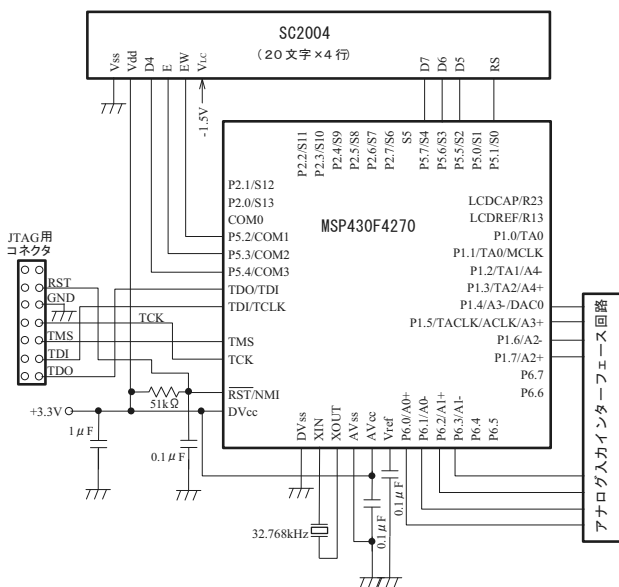


Fig.5 MSP430F4270 周辺の回路

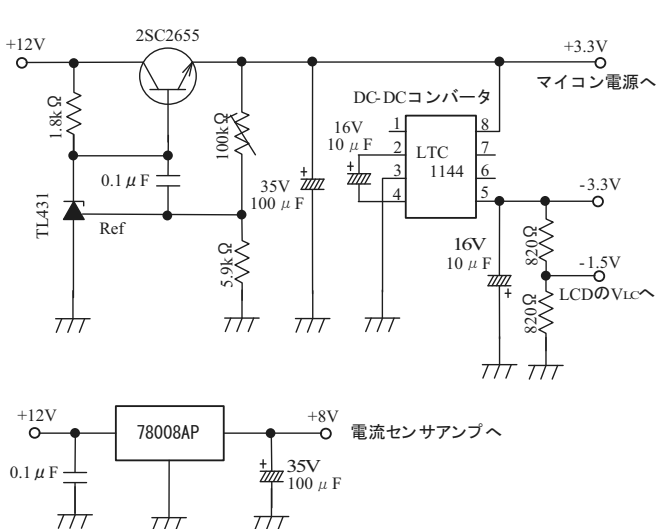


Fig.6 電源回路

までは液晶表示器が駆動できない。そこで、DC-DC コンバータ LTC1144 を用いて、3.3V から -1.5V をつくり、これを SC2004C の VLC 端子に加えることで、液晶表示器を駆動した。

バッテリー 電圧の検出⁴⁾は、Fig.2 に示すように 180k Ω と 5.9k Ω の抵抗で分圧して取り出している。この信号を直接マイコンのアナログ信号として入力すると、マイコンを破壊するおそれがあるので、絶縁アンプ AD202JN を介してアナログポートに入力している。この絶縁アンプの電源が 15V を必要とするため、Fig.7 に示す DC-DC コンバータを使用して、12V から安定した 15V をつくり、AD202JN に供給した。

また、アナログ信号は汎用で使えるように設計したため、出力電圧範囲が 0V ~ 5V となっているが、MSP430F4270 の AD コンバータのリファレンス電圧 Vref は内蔵されているものを使用したので、変換範囲は ±0.6V となり、Fig.8 のように抵抗で分圧して調整した。

AD コンバータの変換モードは、ユニポーラ・モードに設定したので、負の入力の場合、デジタル出力は常に 0 となる。

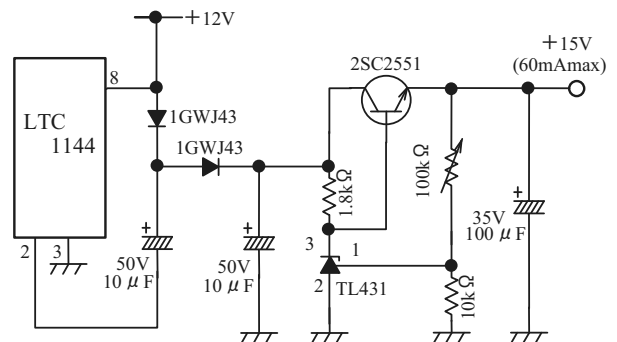


Fig.7 12V to 15V DC-DC コンバータの回路

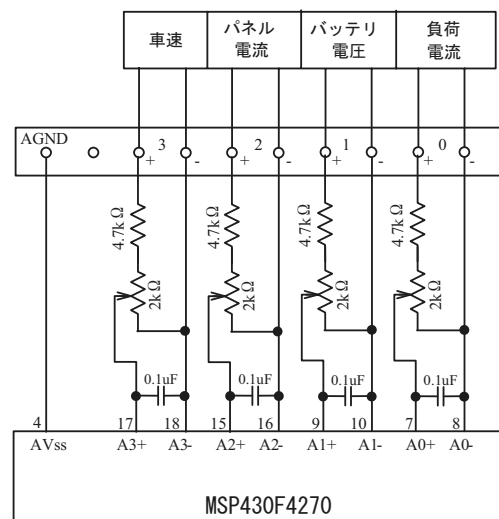


Fig.8 アナログ入力インターフェース回路

液晶表示器の表示データを Fig.9 に示す。表示データは、図の左上から下に向かって、負荷電流[A], 発電電流[A], 消費電力[W], 積算消費電力[Wh], 同じく図の右上から下に向かって、バッテリー電圧[V], 車速[km/h], 積算時間[時: 分: 秒], バッテリ残容量[%]を表す。



Fig.9 液晶表示器の表示データ

負荷電流測定用の電流センサアンプの回路を Fig.10 に示す。電流センサは 20mV/A の信号を出力する超小型クランプ(開閉可能)式直流・交流・パルス電流センサ TCT06-A1 を使用した。センサアンプは、負荷電流が 0[A] のとき 2.500V になるように調整し、50[mV/A] の出力が得られるように、オペアンプ LM358 にて約 2.5 倍に増幅してアナログ・インターフェース回路に入力した。表示は 0.01[A] 単位で、-50.00[A] から 50.00[A] まで表示できるようにした。

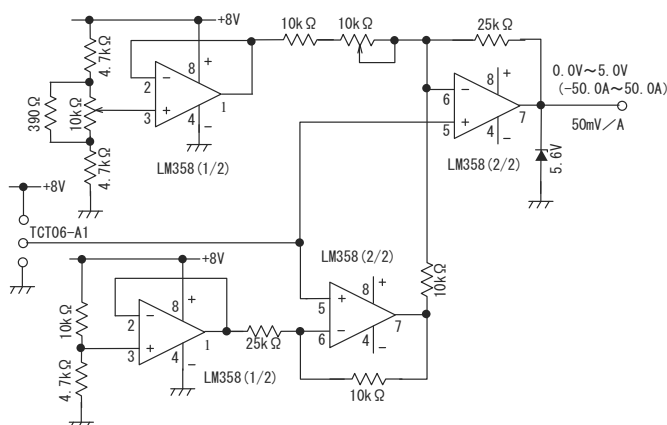


Fig.10 負荷電流測定用の電流センサアンプ

Fig.11 は、ソーラーパネルの発電電流測定用の電流センサアンプの回路で、発電電流が 0[A] のとき 1.000V になるように調整し、600[mV/A] の出力が得られるように、オペアンプ LM358 にて約 30 倍に増幅してアナログ・インターフェース回路に入力した。表示は 0.01[A] 単位で、0.00[A] から 5.00[A] まで表示できるようにした。

3. ソフトウェア

積算時間の計測は、ウォッチ・ドッグ・タイマ WDT+ をインターバル・タイマとして使用して、0.25s ごとに割り込みを発生させ、割り込ルーチンの中でその回数を数えることで、時間計測とした。

MSP430F4270 のシステム・クロック MCLK は、初期設定のクロック値を用いたので、FLL+ の倍率が 32 となり、

$$32.768\text{kHz} \times 32 = 1.048576\text{MHz}$$

となる。AD コンバータのサンプリング周波数 f_s は、

$$f_s = f_M / \text{OSR}$$

で表されるが、変調周波数 f_M はシステム・クロックを 6 分周した 174.763kHz とし、オーバ・サンプリング・レシオ OSR を 1024 としたので、

$$174.763\text{kHz} / 1024 = 171\text{Hz}$$

となる。

各チャンネルの AD コンバータの設定は、連続変換モード、変換遅延回数 3、割込不可、ユニポーラ・モード、プログラマブル・ゲイン・アンプ PGA の利得を 1、OSR を 1024 とし、10 回ずつ測定をしてその平均値を利用した。

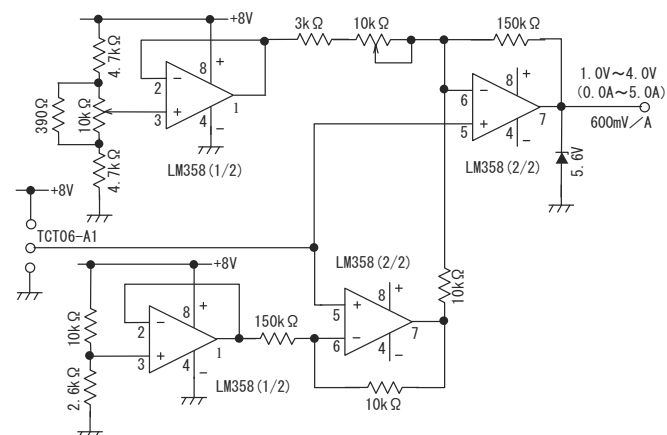


Fig.11 発電電流測定用の電流センサアンプ

次に、AD コンバータで変換した各データは、16 ビットのデータであり 10 進数で表すと、0 ~ 65535 となる。表示する場合は、これらを実際の電流値や電圧値に変換する必要がある。以下にそれぞれの算出法を示す。

(1) 負荷電流

Fig.10 の回路は、-50.0A のとき AD 変換値は 0, 0.0A のとき AD 変換値は 32768, 50.0A のとき AD 変換値は 65535 が得られるので、AD 変換値から負荷電流を 0.01A 単位で求めるには、差を 5000 で除してやればよい。

$$(65535 - 32768) / 5000 = 6.5534$$

すなわち、0.01A は 6.5534 に相当するので、

$$(AD \text{ 変換値 } -32768) / 6.5534$$

として算出した。

(2)ソーラーパネルの発電電流

Fig.11 の回路は、0.00A のとき AD 変換値 13107、5.00A のとき AD 変換値 52429 が得られるので、(1)と同様に計算すると、0.01A は 78.644 に相当するので、

$$(AD \text{ 変換値 } -13107) / 78.644$$

として算出した。

(3) バッテリ 電圧

バッテリー 電圧の測定のレンジは、0V ~ 150V を 0.1V 単位で測定できるようにした。150V のとき AD 変換値は 65535 が得られるようにすると、0.1V は 43.69 に相当するので、

$$AD \text{ 変換値} / 43.69$$

を計算することで、バッテリー 電圧を算出した。

(4) 車速

モータ・コントローラより 370rpm/V のアナログ信号が出力されているので、これを AD 変換して車速を算出した。

タイヤの直径は 0.48m であるから、車速は次式で算出できる。

$$3.14 \times 0.48 \times 370 \times 60 / 1000 = 33.5 \text{ km/h/V}$$

すなわち、33.5km/h のとき AD 変換値は 13107 となり、最高回転数を 1480rpm と仮定すると、そのときの出力は 4V となるので、これが 65535 になるように分圧する。そのときの車速は、 $33.5 \times 4 = 134 \text{ km/h}$ となり、1km/h は 489.65 に相当するので、

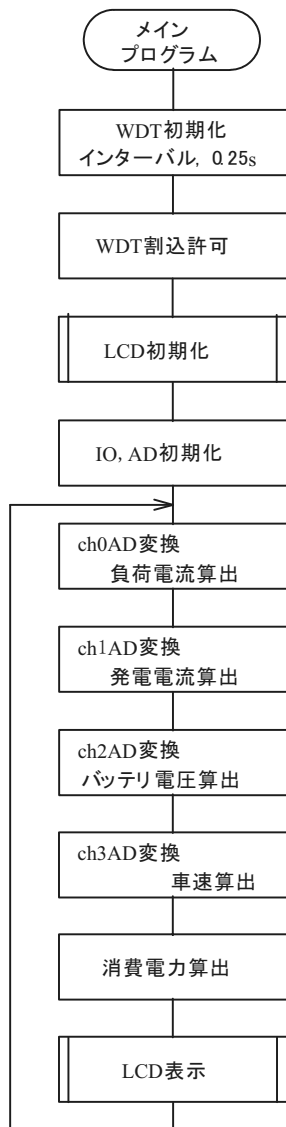


Fig.12 メインプログラムの概略フロー・チャート

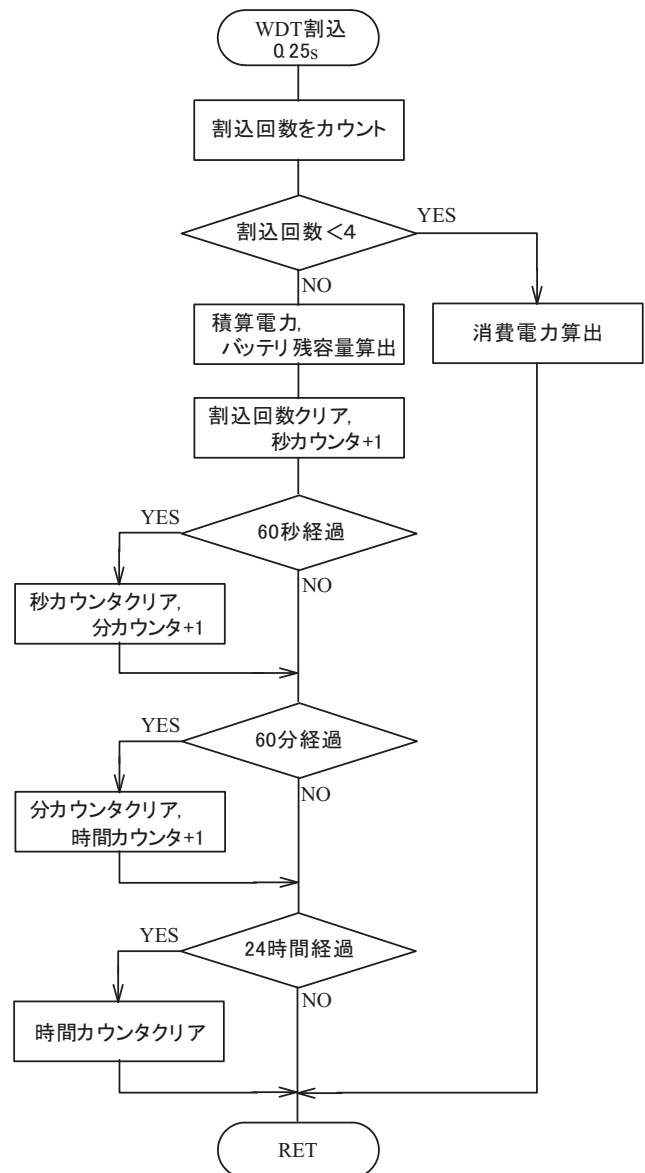


Fig.13 タイマ割込の概略フロー・チャート



Fig.14 開発したモニタリングシステムを搭載した車両(AUT2011) の外観

AD 変換値 / 489.65

を計算することで、車速を算出した。

Fig.12 にメイン・プログラムの概略のフロー・チャートを示した。また、インターバル・タイムによる割り込みのフロー・チャートを Fig.13 に示した。

使用したバッテリーは、古河電池社製の小型制御弁式鉛蓄電池 FPX12240H(12V, 24Ah, 質量 9400g) を 8 個直列にして使用した。

バッテリー残容量の計算は、割り込みルーチン内で行った。0.25 秒ごとに割り込みが発生するので、割り込みルーチン内で瞬間消費電力を 4 回積算して平均したものをもとに、消費電力量 Wh に換算した。満充電時のバッテリーの電圧を 12.5V, 容量を $6A \times 4h \times (12.5 \times 8)V = 2400Wh$ と仮定して、次式でバッテリー残容量を算出した。

$(\text{満充電時の電力量 Wh} - \text{積算消費電力量 Wh}) / \text{満充電時の電力量 Wh} \times 100\%$

なお、ソーラーパネルの発電電流を加味した積算消費電力量 Wh は、

$(\text{負荷電流} - \text{発電電流}) \times \text{バッテリー電圧}$
を 3600 で除して求めた。

4. おわりに

開発したソーラーカー用モニタリングシステムは、良好に作動し、FIA ALTERNATIVE ENERGIES CUP ソーラーカーレース 鈴鹿 2011 に出場した車両(車両名 AUT2011) に搭載した。搭載した車両 AUT2011 の外観

を Fig.14 に示す。

レース内容は ENJOY I・II 4 時間耐久レースで、結果は、32 周、4:00、25.533、でチェッカフラグを受け、ENJOY II クラス 20 台中 6 位、ENJOY I・II 総合 41 台中 13 位であった。

レースの残り時間が 12 分余りで、バッテリー残容量の指示値が 15% 程度のとき、残り 2 周をそれぞれ 6 分 24 秒、5 分 44 秒と今までのベストラップを続けて更新した。完走後もバッテリー残容量の指示値は 13% を示しており、余裕でピットインすることができた。まだまだ走行に余裕があったことから、バッテリー残容量の計算方法は、大きくずれていないことがわかった。

今後は、繰り返し走行実験を行うことにより、満充電時のバッテリー容量を正確に把握することで、信頼できるモニタリングシステムへと発展させていきたい。

参考文献

- 1) 岩根典靖: 鉛バッテリー状態検知センサ～5 次指数関数によるバッテリー開回路電圧の予測～, 古河電工時報第 120 号, pp62-67, 2009.9
- 2) 渡辺明禎: 超低消費電力マイコン・ボード MSP430-CQ 誕生, トランジスタ技術, CQ 出版社, pp.108-184, 2007.1
- 3) 盛谷亨, 中川邦夫, 城ノロ秀樹: 太陽光発電システム①…競技用ソーラーカー, トランジスタ技術, CQ 出版社, pp.118-129, 2010.3
- 4) 鈴木宏和, 橋本孝明, 永田英雄, 小野秀文: ソーラーカー電気システムの研究, 愛知工科大学紀要第 5 巻, pp.19-26, 2008.3

CSVファイルと連携して簡便にXMLデータ処理を行う
ライブラリ・ソフトウェアの検討(その2)
— 長い項目内容を持つCSVファイルのXML文書への変換 —

吉田 茂*, 安東伸明*

(2011年9月30日受理)

A Study on Library Software That Makes XML Data-Processing Easy
in Cooperation with CSV Files (Part 2)
— Conversion of CSV Files with Long Content of Items into XML Documents —

Shigeru Yoshida*, Nobuaki Andoh*

(Received September 30, 2011)

Abstract

This paper describes an improvement of the previously developed software which converts CSV files into XML documents. XML (eXtensible Markup Language) is the internationally standardized language for expressing electronic data. XML documents are not only flexible and extensible in applications but also very effective to data-processing. Since XML technology has huge systematized architecture, it is not easy for the beginners to master the technology and use it well. In consideration of this point, our previous study developed the library software by which even the beginners can treat simple XML documents handily in cooperation with CSV (Comma Separated Values) files and can enjoy the convenience of XML. However, the description of data with long content of the items in CSV files was a problem. Because, the long content of the items in tens of characters destroys the GUI (Graphical User Interface) displayed table form when it is arranged with other items. To solve the problem, this study of the part 2 shows an improved format of the CSV file, and reports the implementation result of the software which converts the newly formatted CSV file into the XML document and reversely converts them.

キーワード：XMLデータ処理, CSV形式, エンドユーザコンピューティング

Keywords: XML Data Processing, CSV Format, End User Computing

1. はじめに

XML(eXtensible Markup Language)は、国際標準の電子データ表現用の言語であり、柔軟性、拡張性が高く、幅広く使用されている。一方で、XMLは大きい技術体系¹⁾²⁾を持ち、使いこなすまでにハードルが高い。現状でXMLは主にBtoB(組織間)のデータ交換や、inB(組織内)のデータ処理に使われているものの、ハードルが高いため、オフィスでのエンドユーザコンピューティングで広く使われるまでには至っていない。この点を鑑みて、先

の研究では、XML文書を表形式のデータに限定することによって、CSV(Comma Separated Values)ファイルと連携して、初学者でもXMLを容易に扱え、XMLの利便性を享受できるデータ処理用ライブラリ(以下「CSV連携XML処理ライブラリ」と呼ぶ)を作成して、報告した³⁾。

しかし、CSVファイル上で、長い項目内容を持つデータの扱いが課題であった。XML文書には用途からいって、データ系のXML(data centric XML)と、文書系のXML(document centric XML)があるといわれる⁴⁾。デ

* 愛知工科大学工学部情報メディア学科, 〒443-0047 愛知県蒲郡市西迫町馬乗50-2
Department of Media Informatics, Aichi University of Technology, 50-2 Manori, Nishihasama-cho, Gamagori 443-0047, Japan

ータ系 XML 文書は一般に短い内容の項目を持つが、データ系 XML 文書であっても、文章のような長い内容の項目が混じるものはよくある。長い項目内容を持つデータは、Excel で見たときに、表が崩れてしまい、表形式では表し難いという問題があった。本研究では、この課題を解決するために、CSV ファイルの新しい書式を提案し、XML 文書とのその変換・逆変換するソフトウェア⁹⁾を実装・評価したので、結果を報告する。

本報の構成は、2 章で前報の CSV 連携 XML 処理ライブラリを概説し、従来技術として流通している CSV - XML 変換ソフトについて述べる。3 章で、長い項目内容の CSV ファイルを変換するための、新たな書式について述べる。4 章でこれを実現するソフトウェアと、適用・評価例を示し、最後にまとめとする。

2. 従来技術，課題と目標

2.1 前報の CSV 連携 XML 処理ライブラリと課題

(1) 前報ライブラリの概要

XML は柔軟性、拡張性に富むデータ表現形式であり、データ処理がしやすく、「コンピュータにやさしい」形式であると言える。一方で、全ての項目に開始タグと終了タグが付くので、冗長になる。表形式の表現が横長であるのに対して、データ全体が縦長に伸びてしまう形になって、目視でデータを追う場合、見にくい。これに比べ、CSV ファイルは、コンピュータには扱い難いが、MS Excel などの GUI で表形式に表示して編集作業ができるので、「人間にやさしい」形式と言える。

Fig.1 に CSV 連携 XML 処理ライブラリによるデータ処理手順を示す。このライブラリ・ソフトウェアは次の 3 つのモジュールから構成されていた。

- ① CSV ファイル ⇒ XML 文書変換ソフト
- ② XML 文書 ⇒ CSV ファイル逆変換ソフト
- ③アプリケーションソフトを簡便に作るための専用 XML API (Application Program interface) ソフト

CSV 連携 XML 処理ソフトは、人がデータを扱う場合は「人間にやさしい」表形式の CSV ファイルとし、データ処理をする場合は「コンピュータにやさしい」XML 文書を用いるところが特徴であった。CSV ファイルは XML 文書に変換しやすいように、Table 1 のキーワードを第 1 列においた形の書式を用いていた。

Fig.2 に、Table 1 の書式を用いた CSV ファイル (a) と、変換後の XML 文書 (b) を示す。変換した XML 文書 (b) は逆変換を施すによって (a) の形に戻る。XML 文書ではレコード要素名が各要素に付くのに対して、CSV ファ

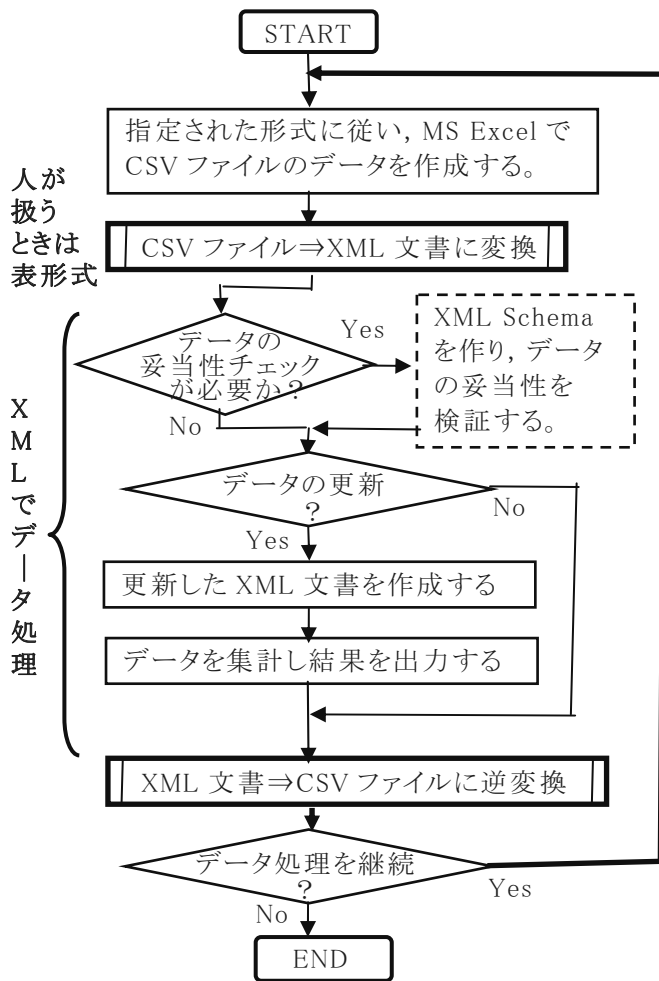


Fig.1 CSV 連携 XML 処理ライブラリによるデータ処理の手順
ただし、[] の部分は必要に応じて実施

Table 1 CSV ファイルの書式での XML 文書の要素指定

1 列目のキーワード	2 桁目以降に記述する XML 文書の対応する内容 [使用する列]
①root	ルート要素名 [第 2 列]
②record	レコード要素名 [第 2 列]
③element	レコード内の要素名 [第 2 列以降]
④value	レコード内の要素の要素内容 [第 2 列以降]
⑤text	空白行、コメントを入れる [第 2 列]

イル上では、項目名は定義の部分で 1 度しか出てこない
ので、データ作成作業の負担がその分軽減される。

(2) 前報ライブラリの課題

前報のまとめで次の課題を指定した。「CSV ファイルを Excel で開くと、各列が英字 8 桁 (漢字 4 桁) の様な幅で表示される。項目内容が短い場合はこれで良いが、長い項目が沢山出て来る場合は見易くするために、記述形式を工夫する必要がある」。

Table 1 の書式では、長い項目内容が沢山出てくると、

Fig.2 CSV 連携 XML 処理ライブラリにおける, 前報の
(a) 指定書式の CSV ファイルと, (b) 変換 XML 文書の例

それらを 1 行に並べることになるので, 見難くなる. それでは, XML 文書の作成ツールとして操作性が悪く, 役に立たないだろう.

(3) 本研究の目標

本研究では, 長い項目内容を持つ CSV ファイルを扱うという課題の解決法を検討する. この解決法には, 次の目標を設定した.

- (a) データ処理に XML を用いるが, XML 技術について最小限の知識で扱えること
- (b) 変換用 CSV ファイルをユーザが書き下す上で, 違和感がなく直感的に扱える書式であること
- (c) 前報での変換フォーマットとの上位互換性

この目標の位置付けを把握する上で, CSV ファイルから XML 文書に変換するソフトについて, 流通ソフトウェアの現状を次に述べておく.

2.2 従来技術としての流通ソフトウェア

(1) CSV ファイルから XML 文書への変換ソフト

MS Excel にも, XML 文書を読み込んで, 表形式の表示を行い, それを CSV ファイルとして出力する機能が付いている^{7,8,9)}. Excel による CSV ファイルと XML 文書間の変換は, タグを固定した 1 種類の表が対象になり, 複数種の表を 1 ファイルに入れることはできない. また, GUI を用いた手操作であり, DOS バッチ処理の中では使えない. 本研究では, CSV ファイルを XML 文書に変換して, XML 上でデータ処理後, 逆変換して結果を CSV ファイルとして得るといふ一連の使い方を想定している.

```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8"?>
<住所録>
<友人>
  <名前>蒲郡太郎</名前>
  <よみがな>がまごおり たらう</よみがな>
  <住所>蒲郡市</住所>
  <電話>1234</電話>
  <Email>gamagori@net.jp</Email>
</友人>
<友人>
  <名前>岡崎花子</名前>
  <よみがな>おかざき はなこ</よみがな>
  <住所>岡崎市</住所>
  <電話>6789</電話>
  <Email>okazaki@net.jp</Email>
</友人>
<text>*****</text>
<親戚>
  <名前>愛知次郎</名前>
  <よみがな>あいち じろう</よみがな>
  <住所>名古屋市</住所>
  <電話>2468</電話>
  <Email>jiro@net.jp</Email>
  <続柄>叔父</続柄>
</親戚>
<親戚>
  <名前>愛知京子</名前>
  <よみがな>あいち きょうこ</よみがな>
  <住所>岐阜市</住所>
  <電話>1357</電話>
  <Email>kyouko@net.jp</Email>
  <続柄>叔母</続柄>
</親戚>
<親戚>
  <名前>愛知一郎</名前>
  <よみがな>あいち いちろう</よみがな>
  <住所>静岡市</住所>
  <電話>9753</電話>
  <Email>ichirou@net.jp</Email>
  <続柄>祖父</続柄>
</親戚>
</住所録>
```

その他, 流通ソフトウェアについては, フリーソフトウェアのサイトである「Vector」¹⁰⁾や「窓の杜」¹¹⁾で, キーワード「CSV XML 変換」を入力して, ソフト検索すれば, いずれも数件ヒットする. 大掛かりな仕掛けを持つソフトは, スキーマを別ファイルに分けており, 往々にしてその操作法を覚えるのに手間が掛かる. これは, どんな形式の XML 文書の書式にも対応できるようにしていることに起因する. また, CSV から XML への変換はあるが, 大抵の場合, 同じフォーマットへの逆変換ソフトは備えていない. これらの点は前報でも述べた通りである. いずれにせよ, 今回, 本研究で対象としている長い項目内容に対する対策は考えられていない.

(2) Extended CSV File Format⁶⁾

表形式データを CSV ファイルきちんと扱うため, 次のような CSV ファイルの拡張書式が提案されている. Fig.3 に例を示す. この拡張書式は XML 文書に変換するためではなく, CSV ファイルをそのまま使って, データ処理するためのものである.

- ヘッダとして, 行頭に # 記号を付け, 注釈行とする.

```
#Design Points of Design of Experiments
#P1-ROADTHICKNESS; P2-ARCRADIUS; P3-MASS; P4
DEFORMATION
Name, P1, P2, P3, P4
1,2,120,9850000,0.224
2,1.69097677,120,9819097.68,0.56671394
3,2.30902323,120,9880902.32,0.072276773
```

Fig.3 拡張 CSV ファイル書式のファイル例

- ・ 項目名の行を置いてから、項目内容の行を続ける。
- ・ ヘッダに ID (P1, P2, ...) を付けて、項目名を置くことができる。
- ・ ファイル内に幾つかのブロックを置く場合はヘッダを付ける。

本研究の CSV 連携 XML 処理ライブラリは一旦 XML に変換してからデータ処理を行うものである。XML 技術体系に取り込んで、データ処理や表示の利便性を高めようとするところが、この拡張 CSV 書式とは異なる。長い項目内容を持つ CSV ファイルに対する今回の課題は、この拡張書式でも同様に発生する。

3. 長い項目内容の CSV ファイルに対応する改良

長い項目内容の CSV ファイルに対応するための改良は、(1) XML 文書に変換する場合の CSV ファイル書式の改良と、(2) XML 文書から CSV ファイルに逆変換する場合の XML 文書書式の改良と 2 通りが必要となった。次に、これらの改良について説明する。

3.1 CSV ファイルの書式の改良

本研究の目標項目 (c)「今までの書式と上位互換にする」から、CSV ファイル書式の第 1 列は従来のキーワード ① - ⑤をそのまま含む形になる。その上で、長い項目内容に対応して、Table 2 に示す新たなキーワード ⑥ ⑦を追加した。すなわち、1レコード内の項目名、項目内容を定義するのに、キーワード `element` と `value` を複数個定義できるようにする訳である。キーワード末尾に

番号を付けて、`element` と `value` 行の対応を取る。長い項目内容が現れる場合は、その項目を 1 個で 1 行分を使えるようにする。

この書式を使った例を Fig.4(a) に示す。住所は項目内容が長いので、今までの書式ではセルの幅を多少広げても収まりきれないが、改良した書式を使えば、そのまま扱える。改良した書式では、レコードの全ての要素を 1 行に並べる表形式には書けなくなる。しかし、CSV 上で項目名が出て来るのは 1 度だけであり、これまで通り、データ作成作業の負担が軽減できる。

3.2 XML 文書の書式の改良

Table 2 の書式で作った CSV ファイルを変換して作った XML 文書を、再度、そのまま CSV ファイルに逆変換すると前報の書式に戻ってしまう。そこで、XML 文書から CSV ファイルに逆変換したときに、追加キーワード ⑥⑦を元に戻せるように、XML 文書に次のような仕掛けをすることにした。すなわち、CSV ファイル上でのキーワード ⑥⑦の項目のまとまりを、XML 文書上で識別するためのタグを、XML 文書の第 1レコードだけに挿入するようにする。従って、第 1レコードには、全ての要素が、空要素も省略せずに現れることになる。

Fig.4 (a) の CSV ファイルを変換した XML 文書を Fig.4 (b) に示す。識別タグとして `<delimiter/>` を挿入するようにした。

XML 文書から CSV ファイルへの逆変換は、変換と対になっているために重宝する。すなわち、CSV ファイルの `elementN` ごとに記述された項目の組を変更したい場合、XML 文書上で第 1レコードの `<delimiter/>` タグの位置を変えることによって、CSV ファイルの項目の組を調整することができる。従って、変換した XML 文書を経由することで、前報の CSV ファイル形式と、今回の Table 2 の CSV ファイル形式の行き来ができる。これによって、設定した前報の書式とのデータ・レベルの上位互換が実現できる。

Table 2 CSV ファイルの書式での XML 文書の要素指定

	1列目の キーワード	2 桁目以降に記述する XML 文書の対応する内容 [使用する列]
前 報 の 書 式	①root	ルート要素名 [第2列]
	②record	レコード要素名 [第2列]
	③element	レコード内の要素名 [第2列以降]
	④value	レコード内の要素の要素内容 [第2列以降]
	⑤text	空白行, コメントを入れる [第2列]
追 加	⑥elementN	レコード内の要素名. N は整数 [第2列以降]
	⑦valueN	elementN に対応する要素内容 [第2列以降]

	A	B	C
1	root	住所録	
2	record	友人	
3	element1	名前	よみがな
4	element2	住所	
5	element3	電話	Email
6	value1	蒲郡太郎	がまごおり たらう
7	value2	愛知県蒲郡市西迫町馬乗50-2	
8	value3	1234	gamagori@net.jp
9	value1	岡崎花子	おかざき はなこ
10	value2	愛知県岡崎市井上康生町561 岡崎城公園	
11	value3	6789	okazaki@net.jp
12			

(a) Table 2 の書式を用いた CSV ファイル

```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8"?>
<住所録>
  <友人>
    <名前>蒲郡太郎</名前>
    <よみがな>がまごおり たらう</よみがな>
    <delimiter/>
    <住所>愛知県蒲郡市西迫町馬乗 50-2</住所>
    <delimiter/>
    <電話>1234</電話>
    <Email>gamagori@net.jp</Email>
  </友人>
  <友人>
    <名前>岡崎花子</名前>
    <よみがな>おかざき はなこ</よみがな>
    <住所>愛知県岡崎市井上康生町 561 岡崎城公園</住所>
    <電話>6789</電話>
    <Email>okazaki@net.jp</Email>
  </友人>
</住所録>
```

1レコード目に項目のまとまりを識別するタグを付加

(b) (a) の CSV ファイルを変換した XML 文書

Fig.4 長い項目内容に対応した書式の (a)CSV ファイルと, (b) 変換 XML 文書の例

4. ソフトウェア実装と評価

4.1 CSV - XML 変換・逆変換のソフト実装

(1) 変換・逆変換プログラムのフローチャート

(a) Table 2 の書式の CSV ファイルを XML 文書に変換する改良版プログラムと, (b) 変換された XML 文書を元の書式の CSV ファイルに逆変換する改良プログラムのフローチャートを, Fig.5 に示す. なお, Fig.5 のフローチャートでは, 見通しを良くするために, CSV ファイルのキーワード "text" と, XML 文書の text タグを扱う箇所を省いた.

Fig.5 (a) (b) で, CSV ファイルの項目, 項目内用 1 行分の分解には, それぞれ標準関数の split() と Join() を用いる. Table 2 で今回, 新たに付加したキーワード elementN 項目名は 2 次元配列に読み込んで, キーワード valueN と対応付ける. 2 次元配列の 1 次元目を N の数字, 2 次元目を項目番号とする. 前報のキーワード element と value は 1 次元目の数字を 0 に見立てて扱えば

よい.

(2) 変換・逆変換ソフトのプログラム規模

CSV ファイルと XML 文書との変換・逆変換ソフトウェアを, 前報と同様に, プログラム言語 Perl¹²⁾ を用いて実装した. XML ソフトは Java で実装されることが多いが, Perl も早くから XML に取り組んでおり, 文字列処理機能が強力なので, プログラムを簡潔に作ることができる. 前報ソフトと本報ソフトのソースプログラムのコメント行を除く行数は, おおよそ Table 3 のようになった.

4.2 長い項目内容を持つデータへの適用と評価

(1) 評価用データ

長い項目内容を持つデータとして, 次表の 3 種類を選び, 改良版の書式と, 変換・逆変換ソフトの使い勝手を試した.

Table 3 ソフト実装のプログラム規模

機能 “プログラム名”	ソース行数
(a)前報 CSV⇒XML 変換 “CSV2XML”	47 行
(b)前報 XML⇒CSV 逆変換 “XML2CSV”	75 行
(c)本報 CSV⇒XML 変換 “CSV2XML2”	115 行
(d)本報 XML⇒CSV 逆変換 “XML2CSV2”	108 行

Table 4 評価用データの内訳

評価データ	1レコードの項目数	CSV ファイルのデータ量
①小倉百人一首	7 個	100 レコード分 31.2 KB
②選択式の試験問題	8 個	5 レコード分 2.1 KB
③飲食店の名店の案内 (蒲郡市の名店 ¹³⁾)	14 個	8 レコード 3.4 KB

①②③のデータの CSV ファイル，変換 XML 文書のイメージを，それぞれ Fig.6, Fig.7, Fig.8 に示す．①②は長い内容項目が主体のデータであり，③は短い内容項目が主体のデータである．

変換 XML 文書から作るアプリケーションとしては，次の用途が考えられる．実際に，それらのアプリケーションも作って，作成されたデータの実用性を確かめた．

- ①百人一首データは，「上の句」をランダムに与えて，「下の句」を答えさせ，正解を確かめて，百人一首を覚えるために用いる．
- ②選択式の試験問題は，問いと選択肢を示して解答させ，正答・誤答を判定する CAI(Computer Aided Instruction) に用いる．
- ③飲食店の名店の案内は，変換 XML 文書に XSLT スタイルシートを掛けて，HTML 形式で表示する．

(2) 処理速度

評価データのサイズが小さいので，①百人一首のデータを 10 回繰返して，310 KB の CSV ファイルを作って，変換・逆変換の処理時間を測定した．処理時間はハードディスク・アクセスも含む時間とした．測定環境と処理速度は次表のようになった．処理速度は項目数，項目内容の長さにも依存するので，この処理速度は一例であり，あくまでも目安である．

Table 5 測定環境と処理速度

項目	内容	
コンピュータ	ノート PC DELL VOSTRO 1000	
OS	Windows XP Version2002 SP3	
CPU	AMD Turion Doual core 1.90GHz	
メモリ	1.87 GB RAM	
Perl インタープリタ	ActiveState 社 Active Perl 5.8.9	
評価用データ	処理時間	処理速度
CSV ファイル 310KB	変換 : 0.31 秒,	1.00 MB/秒
XML 文書 625KB	逆変換: 0.46 秒,	0.67 MB/秒

4.3 考察

- CSV ファイルを作成する GUI には，MS Excel を用いており，表形式の上で，コピー・カット & ペースト ができるので，編集作業が容易である．Excel のように使い慣れたツールを使うので，特別な操作法を覚えなくとも，スムーズに編集が行える．目標項目 (a)「XML の最小限の知識で扱える」はクリアできた．
- 項目数が増えたときに CSV ファイル上で，項目のキ

ーワード elementN と，項目内容のキーワード valueN との対応が難しくなると当初，思われた．しかし，実際に作業した限りでは，レコードの内容を順に並べて書き並べ，前レコードに倣って書き込むようにするので，迷わずに区別ができた．このことから，目標項目 (b)「ユーザが違和感なく，直感的に使える書式」もクリアできたと考える．

- Table 5 より，変換よりも逆変換の処理速度の方が遅い．この理由は，変換 XML 文書は CSV ファイルの約 2 倍のデータ量になり，2 倍のデータ処理が必要になるからである．変換が，あたかも XML のタグを付けるデータ圧縮で，逆変換がタグを外す復元のような役割をする．本 CSV 連携 XML 処理ライブラリで扱うデータ量は，目視で確かめられる程度が対象なので，変換・逆変換の処理速度は，あまり問題にならないと考える．

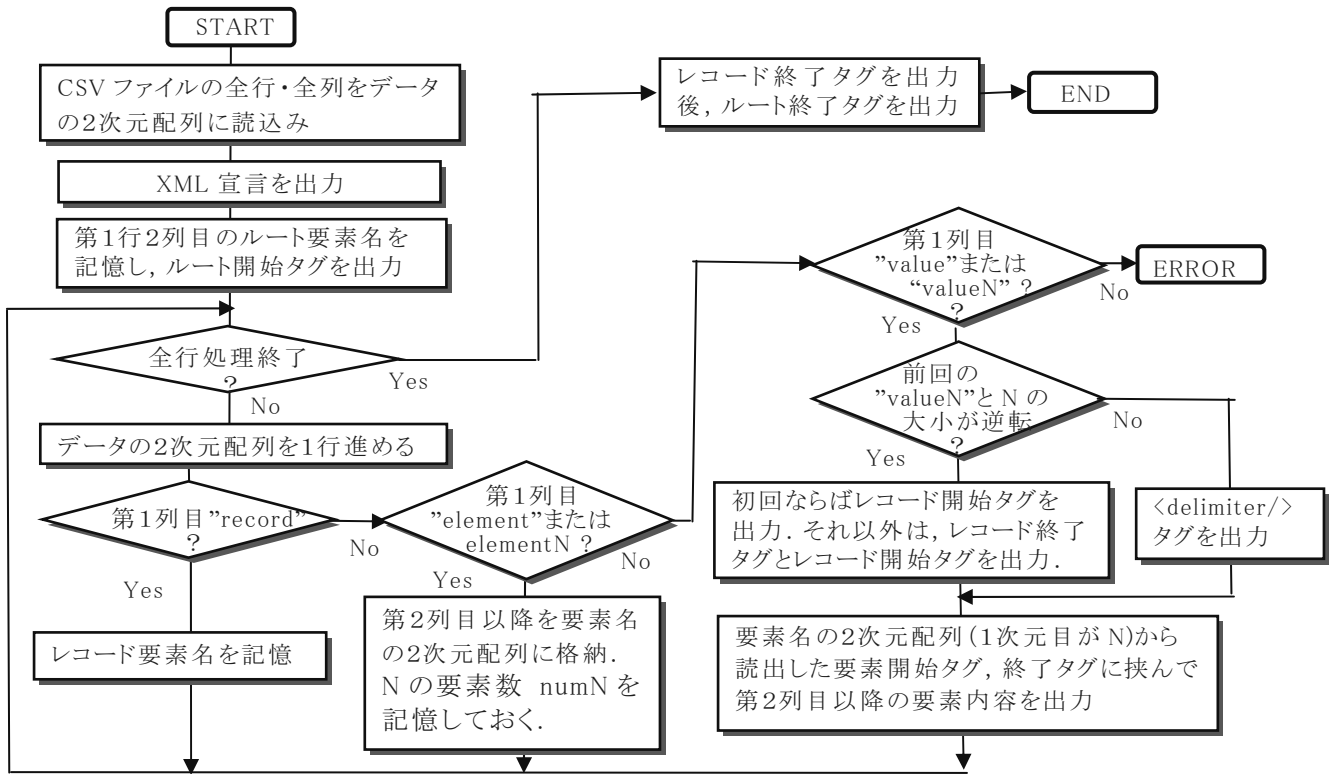
- この種の表形式のデータの XML 文書ならば，逆に，前述の <delimiter/> タグを第 1 レコードに挿入して変換することにより，Table 2 の書式の CSV ファイルに帰着できる．

- 今回，想定した評価データのアプリケーションは，データの読み込みだけで，データの書き込みは行わない．文章の長い項目内容を含むデータのアプリケーションは，データ加工の処理より，データの読み込みを主とするものが多いように推測される．

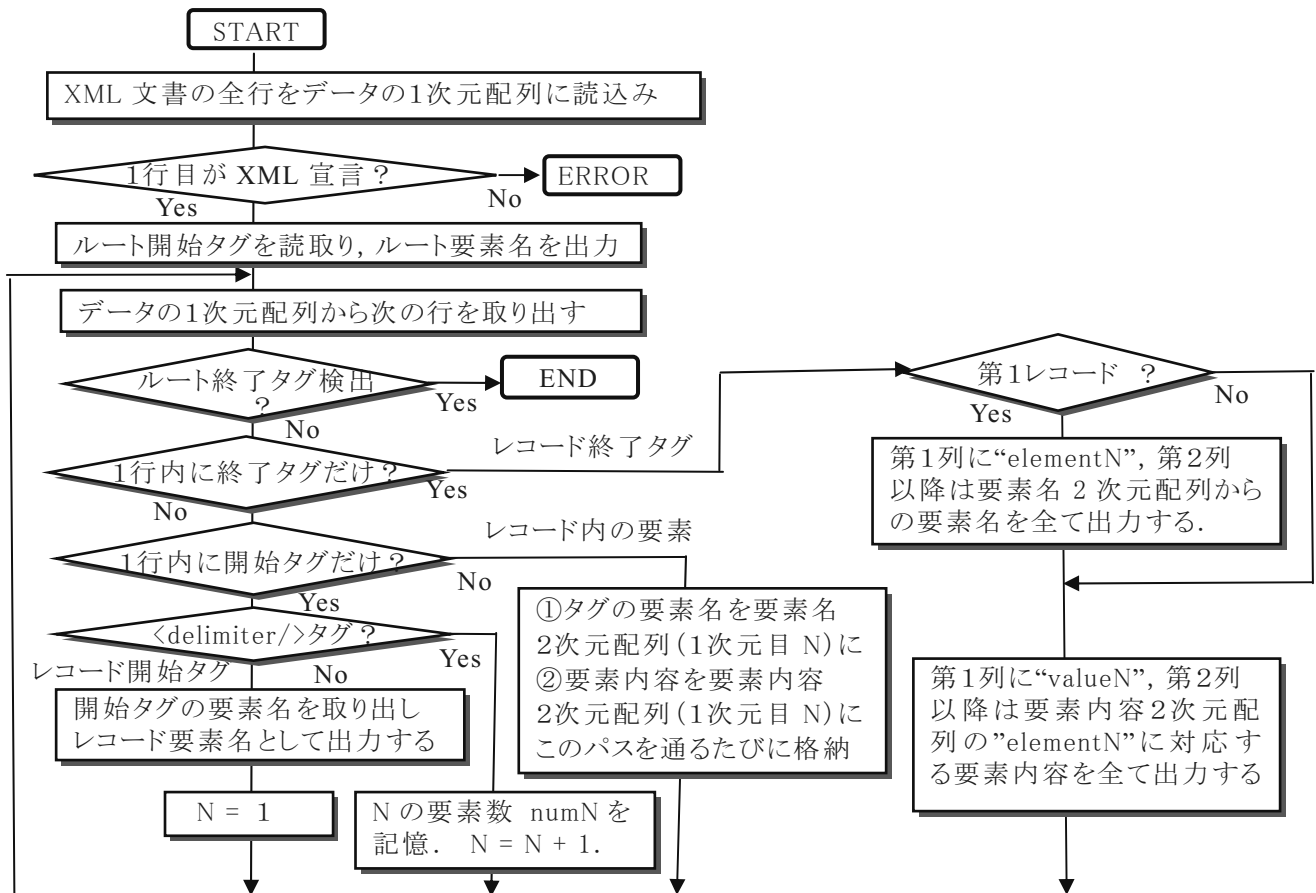
5. まとめ

長い項目内容を持つ CSV ファイルを XML 文書に変換する書式を規定し，その変換・逆変換ソフトを実装して，実際に，このやり方で，違和感なくデータ作成ができて，しかも実用的であることを確かめた．今回の改良によって，データ系 XML 文書であっても，長い要素内容を持つデータを，簡単に取り込めるようになった．これにより，今回の変換・逆変換ソフトを含む本 CSV 連携 XML 連携ライブラリの活用範囲が一段と広がった．

今後は，Fig.1 のフローチャートでのデータの妥当性検証機能や，扱える XML 文書の制約を拓げることを検討したい．また，本研究はオフィスのエンドユーザに役立つソフトウェアに関するものなので，広く利用してもらってこそ価値がある．学外公開 Web サイトからソフト配布・試用してもらい，フィードバックを得て，さらなる改良に結びつけることも考えたい．



(a) CSVファイルから XML 文書への変換プログラム (CSV2XML2) のフローチャート



(b) XML 文書から CSV ファイルへの変換プログラム (XML2CSV2) のフローチャート

Fig.5 CSV ファイルと XML 文書との変換・逆変換プログラムのフローチャート

	A	B	C	D	E	F	G
1	root	百人一首					
2	record	句					
3	element1	句番	作者				
4	element2	上の句					
5	element3	上の句よみがな					
6	element4	下の句					
7	element5	下の句よみがな					
8	element6	意味					
9	value1	1	天智天皇				
10	value2	秋の田の かりほの 庵の とまをあらみ					
11	value3	あぎのたのかりほのいほのとまをあらみ					
12	value4	我が衣手は 露にぬれつつ					
13	value5	わかころもてはつゆにぬれつつ					
14	value6	秋の田のほとりにある仮小屋の屋根を葺いた、苫の網み目が粗いので、私の衣の袖は露に濡れていくばかりである。					
15	value1	2	持統天皇				
16	value2	春過ぎて 夏来にけらし 白妙の					
17	value3	はるすきてなつきにけらししらたへの					
18	value4	衣干すてふ 天の香具山					
19	value5	ころもほすてふあまのかくやま					
20	value6	春が過ぎて夏になってしまったらしい。夏になると真っ白な衣を干すと					
21	value1	3	柿本人丸				

```

<?xml version="1.0" encoding="UTF-8"?>
<百人一首>
  <句>
    <句番>1</句番>
    <作者>天智天皇</作者>
    <delimiter/>
    <上の句>秋の田の かりほの 庵の とまをあらみ</上の句>
    <delimiter/>
    <上の句よみがな>あぎのたのかりほのいほのとまをあらみ</
上の句よみがな>
    <delimiter/>
    <下の句>我が衣手は 露にぬれつつ</下の句>
    <delimiter/>
    <下の句よみがな>わかころもてはつゆにぬれつつ</下の句
よみがな>
    <delimiter/>
    <意味>秋の田のほとりにある仮小屋の屋根を葺いた、苫の
網み目が粗いので、私の衣の袖は露に濡れていくばかりである。
</意味>
  </句>
  <句>
    <句番>2</句番>
    <作者>持統天皇</作者>
    <上の句>春過ぎて 夏来にけらし 白妙の</上の句>
    <上の句よみがな>はるすきてなつきにけらししらたへの</上
の句よみがな>
    <下の句>衣干すてふ 天の香具山</下の句>
    <下の句よみがな>ころもほすてふあまのかくやま</下の句よ
みがな>
    <意味>春が過ぎて夏になってしまったらしい。夏になると真っ
白な衣を干すと言われる天の香具山だから。</意味>
  </句>
  .....
```

Fig.6 評価用データ① 百人一首:
長い項目内容が主体のデータ
(a) 百人一首の CSV ファイルと,
(b) 変換結果の XML 文書

	A	B	C	D	E
1	root	データベース演習問題			
2	record	問い			
3	element1	番号	分野		
4	element2	質問			
5	element3	選択肢1			
6	element4	選択肢2			
7	element5	選択肢3			
8	element6	選択肢4			
9	element7	解答			
10	value1	1	関係データベース		
11	value2	関係データベースの説明として、適切なものはど			
12	value3	属性単位に、属性値とその値をもち、レコード格			
13	value4	データを表として表現する。表間はポインタなど			
14	value5	レコード間の親子関係を、リンクを用いたデータ			
15	value6	レコード間の親子関係を、リンクを用いたデータ			
16	value7	選択肢2			
17	text	*****			
18	value1	2	スキーマ		
19	value2	データベースを構築する際の 3 層スキーマ構			
20	value3	概念スキーマ			
21	value4	論理スキーマ			
22	value5	物理スキーマ			
23	value6	内部スキーマ			
24	value7	選択肢2			
25	text	*****			

```

<?xml version="1.0" encoding="UTF-8"?>
<データベース演習問題>
  <問い>
    <番号>1</番号>
    <分野>関係データベース</分野>
    <delimiter/>
    <質問>関係データベースの説明として、適切なものはどれか</質問>
    <delimiter/>
    <選択肢 1>属性単位に、属性値とその値をもち、レコード格納位置...
    <delimiter/>
    <選択肢 2>データを表として表現する。表間はポインタなどではなく、...
    <delimiter/>
    <選択肢 3>レコード間の親子関係を、リンクを用いたデータ構造で表...
    <delimiter/>
    <選択肢 4>レコード間の親子関係を、リンクを用いたデータ構造で表...
    <delimiter/>
    <解答>選択肢 2</解答>
  </問い>
  <text>*****</text>
  <問い>
    <番号>2</番号>
    <分野>スキーマ</分野>
    <質問>データベースを構築する際の 3 層スキーマ構造で、データ処...
    <delimiter/>
    <選択肢 1>概念スキーマ</選択肢 1>
    <delimiter/>
    <選択肢 2>論理スキーマ</選択肢 2>
    <delimiter/>
    <選択肢 3>物理スキーマ</選択肢 3>
    <delimiter/>
    <選択肢 4>内部スキーマ</選択肢 4>
    <delimiter/>
    <解答>選択肢 2</解答>
  </問い>
  .....
```

Fig.7 評価用データ② 選択式の試験問題: 長い項目内容が主体のデータ
(a) 試験問題の CSV ファイルと, (b) 変換結果の XML 文書 (右長の部分は省略(.....))

Microsoft Excel - おらが店じまん.csv

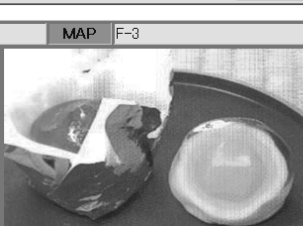

	A	B	C	D	E	F
1	root	おらが店じまん				
2	record	一店				
3	element1	番号	MAP	写真	名物	
4	element2	能書き				
5	element3	品名				
6	element4	価格				
7	element5	種別	店名			
8	element6	営業時間1	営業時間2	定休日		
9	element7	電話				
10	element8	住所				
11	text	*****				
12	value1	1	F-3	p01.jpg	栗まんじゅう	
13	value2	金紙のイガに包まれ、白餡の中に一粒栗が入った豪華さと				
14	value3	栗まんじゅう				
15	value4	158円				
16	value5	菓子司	新月大塚店			
17	value6	9:00-19:00		水曜日		
18	value7	0533-59-6767				
19	value8	蒲郡市大塚町産子山79-3				
20	text	*****				
21	value1	2	E-3	p02.jpg	地場特産-旬鮮魚の紙	
22	value2	蒲郡の漁港で水揚げされた鮮魚を使い、特産のみかん、水				
23	value3	地場特産-旬鮮魚の紙包み香焼き				
24	value4	2000円2人前				
25	value5	魚料理	ラ・メゾンブランシュラグーナ			
26	value6	11:00-14:00		17:00-21:00なし		
27	value7	0533-58-2728				
28	value8	蒲郡市海陽町2-8				
29	text	*****				

(a) 飲食店の名店の案内の CSV ファイル

```
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8"?>
<おらが店じまん>
  <一店>
    <番号>1</番号>
    <MAP>F-3</MAP>
    <写真>p01.jpg</写真>
    <名物>栗まんじゅう</名物>
    <delimiter/>
    <能書き>金紙のイガに包まれ、白餡の中に一粒栗が入った豪華さと品格のある銘菓です。当店オススメの逸品ですので是非一度ご賞味下さい。</能書き>
    <delimiter/>
    <品名>栗まんじゅう</品名>
    <delimiter/>
    <価格>158円</価格>
    <delimiter/>
    <種別>菓子司</種別>
    <店名>新月大塚店</店名>
    <delimiter/>
    <営業時間 1>9:00-19:00</営業時間 1>
    <営業時間 2></営業時間 2>
    <定休日>水曜日</定休日>
    <delimiter/>
    <電話>0533-59-6767</電話>
    <delimiter/>
    <住所>蒲郡市大塚町産子山 79-3</住所>
  </一店>
  <text>*****</text>
  <一店>
    <番号>2</番号>
    <MAP>E-3</MAP>
    <写真>p02.jpg</写真>
    <名物>地場特産-旬鮮魚の紙包み香焼き</名物>
    <能書き>蒲郡の漁港で水揚げされた鮮魚を使い、特産のみかん、水耕ねぎなどを加え、東三河の野菜などと一緒に紙で包み込み焼き上げたお料理です。</能書き>
    <品名>地場特産-旬鮮魚の紙包み香焼き</品名>
    <価格>2000円2人前</価格>
    <種別>魚料理</種別>
    <店名>ラ・メゾンブランシュラグーナ</店名>
    <営業時間 1>11:00-14:00</営業時間 1>
    <営業時間 2>17:00-21:00</営業時間 2>
    <定休日>なし</定休日>
    <電話>0533-58-2728</電話>
    <住所>蒲郡市海陽町 2-8</住所>
  </一店>
  <text>*****</text>
  .....
```

(b) (a) を変換した XML 文書

WSHELL WScript CS...

No.	MAP	F-3	名物	栗まんじゅう
				
金紙のイガに包まれ、白餡の中に一粒栗が入った豪華さと品格のある銘菓の逸品ですので是非一度ご賞味下さい。				
品名 栗まんじゅう				
価格 158円				
種別	菓子司	店名	新月大塚店	営業時間 9:00-19:00
定休日	水曜日	電話	0533-59-6767	住所 蒲郡市大塚町産子山79-3
No.	MAP	E-3	名物	地場特産-旬鮮魚の紙包み香焼き
				
蒲郡の漁港で水揚げされた鮮魚を使い、特産のみかん、水耕ねぎなどを加え、東三河の野菜などと一緒に紙で包み込み焼き上げたお料理です。				
品名 地場特産-旬鮮魚の紙包み香焼き				
価格 2000円2人前				
種別	魚料理	店名	ラ・メゾンブランシュラグーナ	営業時間 11:00-14:00 17:00-21:00

(c) (b) の XML 文書に XSLT スタイルシートを掛けて HTML 表示

Fig.8 評価用データ③
飲食店の名店案内:
短い項目内容が主体のデータ

参考文献

- 1) 中山幹敏・浅井康弘・日本ユニテック：改訂版標準 XML 完全解説<上>，技術評論社 (2001.4).
- 2) 中山幹敏・浅井康弘・日本ユニテック：改訂版標準 XML 完全解説<下>，技術評論社 (2004.3).
- 3) 吉田 茂：CSV ファイルと連携して簡便に XML データ処理を行うライブラリ・ソフトウェアの検討，愛知工科大学紀要 第 8 巻 (2010 年度)，pp.57 - 66 (2011.3).
<http://www.aut.ac.jp/library/kiyoudata/kiyou8.pdf>
- 4) Document- Versus Data-Centric XML,
http://82.157.70.109/mirrorbooks/buildingwebserviceswithjava/0672321815_ch02lev1sec2.html.
- 5) 安東 伸明：簡便な XML データ処理法の研究 - 項目内容が長い CSV ファイルの XML への変換 -, 平成 22 年度愛知工科大学卒業研究発表会予稿集，情報メディア学科 吉田研究室 (2011.2).
- 6) SAS IP, Inc. : Extended CSV File Format,
Release 13.0, https://www.sharcnet.ca/Software/Fluent13/help/wb_dx/dxExtCsvFileFormat.html (2010).
- 7) たのしい XML: XML を Office で扱う : XML ファイルを Excel で読む (1), <http://www6.airnet.ne.jp/manyoxml/office/home.html>.
- 8) たのしい XML: XML を Office で扱う : XML ファイルを Excel で読む (2),
<http://www6.airnet.ne.jp/manyoxml/step2.html>.
- 9) たのしい XML: CSV ファイルを XML に変換ツール (MS Excel を試用した変換),
<http://www6.airnet.ne.jp/manyoxml/office/step3.html>.
- 10) Vector, <http://www.vector.co.jp/>
- 11) 窓の杜, <http://www.forest.impress.co.jp/>
- 12) ActiveState 社の Active Perl のサイト
<http://www.activestate.com/activeperl>.
- 13) 蒲郡市商工会議所，平成 21 年度一店逸品運動「おらが店じまん」パンフレット，2010 年度版。

電子装置用筐体の冷却方法選択の考え方

杉浦伸明*

(2011年9月30日受理)

Selection of Cooling Method in a Cabinet for Electronic Equipment

Nobuaki Sugiura*

(Received September 30, 2011)

Abstract

This paper presents the concept for selection of cooling method in an enclosure for electronic equipment. The cooling performance is an important issue for designing an electronic system. The cooling performance for each cooling method is evaluated and shown the available domain with the common enclosure condition. The acceptable domain is 100W for a sealing enclosure, up to several hundreds of Watts for natural convection, up to several kilo watts for forced convection and over several kilo watts for air-water cooling. In case of using some equipment for cooling, such as cooling fans for forced convection, we must consider power consumption for operating the equipment for cooling.

キーワード : 電子装置用筐体, 密閉筐体, 開放筐体, 冷却性能, 冷却方法選択

key words: Enclosure, Sealed cabinet, Open cabinet, Cooling performance, Selection of cooling method

1. まえがき

International Electrotechnical Commission (以下 IEC) SC 48D では, IEC 60297¹⁾ や 60917²⁾ といった標準化筐体を基本に, 電子装置用筐体の機械的構造条件や試験評価法などの国際標準化を進めている. 電子装置の信号処理の高速化や機能の高度化などに伴い, 装置の冷却性能を向上させることが求められており, IEC SC48D においても装置用筐体の冷却法-冷却性能の向上は重要な課題となっている. 特に IT 化の進展により, データセンターにおける装置冷却に伴う電力量の増大化は世界的に問題視され, データ通信及びデータ処理電子装置の低消費電力化に併せて低消費電力化が志向されている. 昨今の電子装置への筐体適用において, 筐体の設置環境条件を考慮し, 装置発熱量から適する冷却方法を選択する考え方が明確化されていないことから何らかの指標を提示することが望まれている. そこで, これら標準筐体適用における冷却性能面からの冷却法選択の考え方をまとめる事を目的に, 本論文をまとめた.

2. 冷却に関する項目³⁾

2.1 対流熱伝達

固体表面温度と固体に面する流体の流れの温度が異なる場合に, 固体表面に温度境界層と流体の速度境界層ができる. この境界層を通じて生じる流体と固体の間での熱エネルギー授受をいう. 対流での熱伝達量 Q は次式で示される.

$$Q = \alpha A \Delta T \quad (\text{kw}) \quad (2.1)$$

Q : 単位時間に伝わる熱量, α : 比例定数

A : 固体と流体の接触面積, ΔT : 流体温度と固体の表面温度差

対流熱伝達で扱われる無次元変数には以下のものがある.

$$\text{ヌセルト数 } Nu = \alpha l / \lambda \quad (2.2)$$

$$\text{グラスホフ数 } Gr = \beta g \Delta T l^3 / \nu^2 \quad (2.3)$$

$$\text{レイノルズ数 } Re = u l / \nu \quad (2.4)$$

$$\text{プラントル数 } Pr = \nu / \{\lambda / (\gamma c)\} \quad (2.5)$$

ここで, λ : 流体の熱伝導率, l : 物体の長さ, β : 流体の

* 愛知工科大学工学部, 〒443-0047 愛知県蒲郡市西迫町馬乗 50-2
Faculty of Engineering, Aichi University of Technology, 50-2 Manori, Nishihassama-cho, Gamagori 443-0047, Japan

体積膨張係数, ν : 流体の動粘性係数, g : 重力加速度, u : 流速, c : 流体の比熱, γ : 流体の密度 を示す.

熱の流れの状態や流速などを条件に, 自然対流熱伝達率, 強制対流熱伝達率の評価式が求められている.

2.2 熱伝導

均質な金属において伝達される熱量 Q は, 両端の温度差 ΔT , 金属の断面積 A , 金属の長さ l に対し, 比例定数を λ とすると, 次式で関係付けられる.

$$Q = \lambda A \Delta T / l \quad (\text{kW}) \quad (2.6)$$

2.3 熱放射

高温物体内で分子の運動によって発生した熱エネルギーの一部が放射エネルギーとなり, 電磁波の形で空間を伝わるもので, 物体表面の単位面積から単位時間に放射される熱エネルギー q は次式で与えられる.

$$q = \varepsilon \sigma T^4 \quad (\text{kW/m}^2) \quad (2.7)$$

ここで, ε : 物体の放射率 < 1 , σ : ステファンボルツマン定数, T : 物体の絶対温度

2.4 通風抵抗

電子機器の風の通りやすさを示すもので, 風圧 P (N/m^2), 風量 V (m^3/s) との間に以下の関係があり, 比例定数 R を通風抵抗と言う.

$$P = R V^x \quad (2.8)$$

ここで, x は 1.5~2 程度であり, 一般に 2 を適用する.

2.5 冷却ファンの特性曲線⁴⁾

風量-静圧特性の一例を示す. 実装置の風量は図のファン特性と 2.4 項の通風抵抗に基づく圧力-風量特性の交点から得られる.

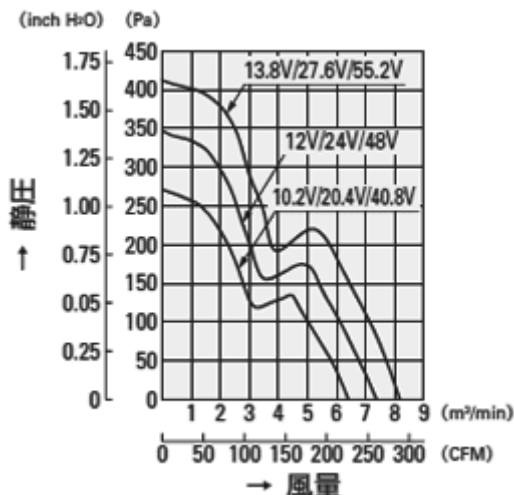


Fig.1 ファンの風量-静圧特性例

3. 冷却性能評価のパラメータ

筐体の冷却性能評価に関する変数を **Table 1** に示す.

Table 1 筐体の冷却性能評価のパラメータ

項目	変数	意味
筐体寸法	W	幅 (m)
	D	奥行き (m)
	H	高さ (m)
	A	開口面積 (m^2)
筐体表面積	St	架上カバー面積 $W \times D$ (m^2)
	Ss	側面積 $(W+D) \times H \times 2$ (m^2)
	Sb	架底面積 $W \times D$ (m^2)
	S	総表面積 (m^2) $S = St + Ss + Sb$
温度	Ta	周囲温度 (K)
	ΔT	筐体表面許容温度上昇 (K)
風量	u	風速 (m/s)
	V	風量 (m^3/s)
係数	σ	ステファン・ボルツマン係数 5.68×10^{-8} ($\text{W m}^{-2} \text{K}^{-4}$)
	ε	筐体表面放射率 ~ 0.5

4. 筐体表面からの放散熱量の簡易評価式

設計時に製品の温度上昇を簡易的に推定する事は有用なことである. 装置筐体として, 収容する装置の発熱量規模から温度上昇を推定するための各種状態における放散熱量の簡易評価式を示す^{3), 5)}.

4.1 自然対流による放散熱量 W_{cv} ³⁾

$$W_{cv} = 1.86 \left(Ss + \frac{4}{3} St + \frac{2}{3} Sb \right) \Delta T^{1.25} \quad (\text{W}) \quad (4.1)$$

4.2 筐体表面からの熱放射による伝熱量 W_{rad} ³⁾

$$W_{rad} = \sigma \varepsilon S \{ (T_a + \Delta T)^4 - T_a^4 \} \\ \doteq 4 \sigma \varepsilon S T_m^3 S \Delta T \quad (\text{W}) \quad (4.2)$$

ここで, $T_m = \frac{1}{2} \Delta T + T_a$

4.3 開口部の自然通風により 放散される熱量 $W_v^{3)}$

$$W_v = 3600 A u \gamma C_p \Delta T \approx 1000 u A \Delta T \quad (\text{W}) \quad (4.3)$$

ここで、 C_p は空気の定圧比熱

4.4 冷却ファンの強制通風により

放散される熱量 $W_{fv}^{3)}$

$$W_{fv} = 3600 V \gamma C_p \Delta T \approx 1000 V \Delta T \quad (\text{W}) \quad (4.4)$$

4.5 ペルチェ素子適用の冷却性能

IEC 62610-1⁶⁾にて適用領域が示されている。

4.6 水と空気による熱交換の冷却性能

IEC 62454⁷⁾に適用領域が示されている。

5. 装置用筐体の形態と冷却方法

上記評価式を適用し、冷却性能を評価するに当たり、周囲温度 T_a は 25°C 、筐体表面許容温度上昇 ΔT の上限値は 10°C 、を条件とした。

5.1 密閉筐体³⁾

筐体表面に開口部を持たず、外部に放射雑音や熱風を排出することが許されない環境において適用される。このような環境下における筐体の冷却は自然通風状態における筐体表面からの放熱しかなく、筐体内の装置による発熱と自然放熱との平衡による能力で決まる。密閉筐体の冷却性能は 4.1 式及び 4.2 式を考慮して次式で関係付けられ、筐体内に設置される装置の発熱量がこの冷却性能以下ならば適用可能となる。

$$W_c = W_{cv} + W_{rad} \quad (5.1)$$

各種筐体の寸法を想定し冷却性能を評価した結果を Fig.2 に示す。

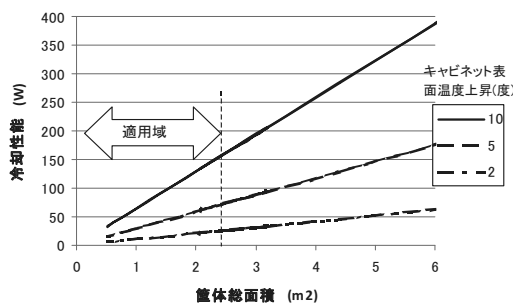


Fig.2 密閉筐体の冷却性能

自然通風に基づく密閉筐体の冷却性能を向上させるには、ペルチェ素子との併用を適用することで可能となる。ペルチェ素子適用での適用領域は IEC 62610-1⁶⁾に基づく、Fig.3 のようになる。この評価は、筐体の奥行き 0.6m において、筐体内の熱溜まり冷却を想定して行っている。

上記の結果より、密閉筐体の冷却性能としては 100W 位が適用領域の指針といえる。なお、ペルチェ素子の適用は局部的な熱溜まりへの冷却対処に適している。Fig.4 はペルチェ素子駆動電力と冷却性能について、市販製品のカタログ値を整理した結果である。ペルチェ素子の適用には素子駆動の電力が必要となることに注意しないとイケない。

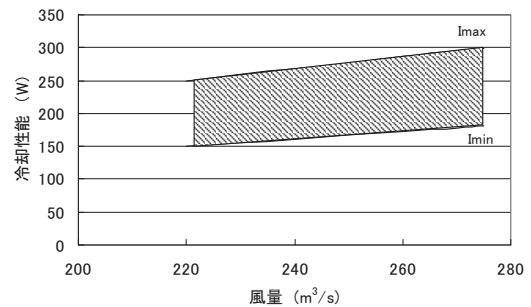


Fig.3 ペルチェ適用の冷却性能評価の例

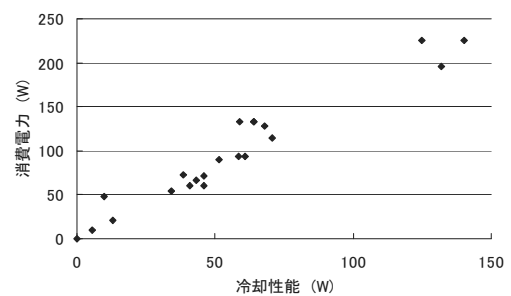


Fig.4 ペルチェ素子の冷却性能と消費電力

5.2 開放筐体

比較的熱量の高い装置を実装する筐体になり、筐体の表面には通風用に開口部を設置する。このため筐体の冷却方法は、冷却に伴う排気を許容するかどうかが変わる。

5.2.1 排気を許容する

(1) 自然空冷

冷却用空気の吸入と内部の発熱で温められた空気の排気とを、それぞれ開口部を通して自然通風で行う形態で

ある。この場合の冷却性能は 4.1, 4.2, 4.3 式から、

$$W_c = W_{cvc} + W_{rad} + W_v \quad (4.2)$$

となる。

筐体の寸法条件として、 $W = 2 \text{ m}$, $D \times W = 0.6 \text{ m}$, $u = 0.1 \text{ m/s}$ の条件で開口面積 A に対して評価した結果を示す。

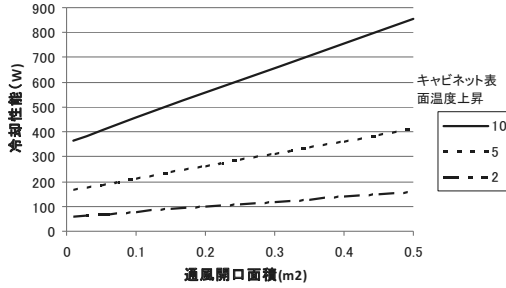


Fig.5 自然空冷筐体の冷却性能評価例

同一筐体条件で、開口部面積 $A=0.2\text{m}^2$ として風速に対する冷却性能評価を行った結果を Fig.6 に示す。

一般に自然空冷においては風速 10cm/s といわれており、その適用領域は数百 W となる。

(2) 強制空冷

冷却ファンの適用により冷却用通風量を増大させるもので、その際の冷却性は、4.1, 4.2, 4.4 式から、

$$W_c = W_{cvc} + W_{rad} + W_{fv} \quad (4.3)$$

となる。(1) と同様の筐体条件で冷却性能を評価した

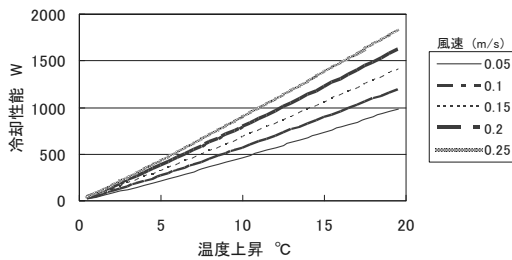


Fig.6 風速の冷却性能への影響

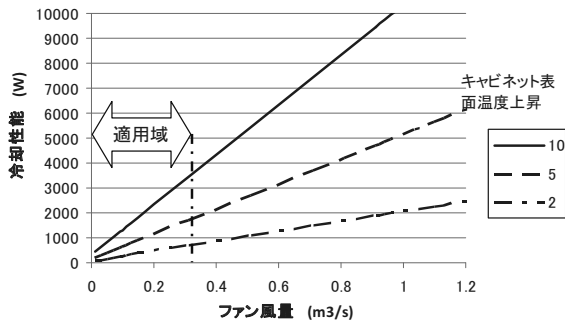


Fig.7 強制空冷筐体の冷却性能評価例

結果を Fig.7 に示す。

適用域は、ファンユニット内に搭載するファンの風量をもとに評価した。なお、冷却性能評価は、ファンカタログ値の最大風量の 1/2 の風量で行い、ファンユニットは架あたり 1 つ搭載とした。

この結果より、強制空冷による冷却性能は数 kW となる。

データセンターでは強制空冷による装置架が並んであり、その冷却のための電力消費が問題となっている。それは、冷却ファン駆動に伴う電力や装置を設置するフロアの空調に電力を消費するためである。Fig.8 は風量に対するファン駆動消費電力である。

この結果より、強制空冷による装置架 10 架があると、冷却に必要なファン駆動電力が装置 1 架分に相当することになる。

5.2.2 排気を許容しない

開放型筐体にて排気を許容しない冷却形態としては、空気-水による熱交換を適用するものである。この形態は大規模な発熱装置にむいており、その適用規模は IEC 62454 で示されている。その評価結果を Fig.9 に示す。筐体高さ 2m, 幅 0.6m, 通風風速 3m/s の条件で、空気-水熱交換器を筐体下に設置した際の筐体奥行きに対する冷却性能評価の例である。

この冷却法では冷却用の水及び内部空気の循環に向けたポンプ及び内部ファンの駆動用の電力が必要となる。

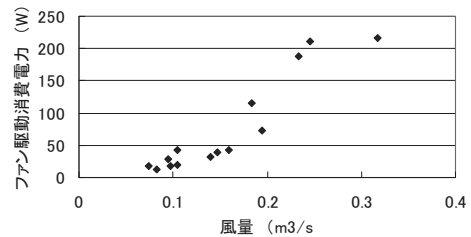


Fig.8 風量とファン駆動消費電力

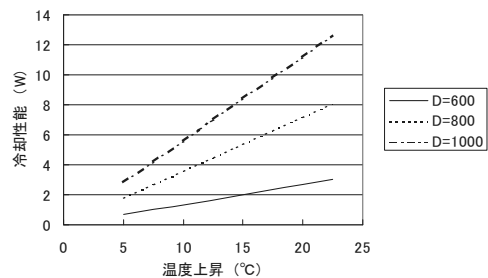


Fig.9 空気-水熱交換器の適用域例

6. まとめ

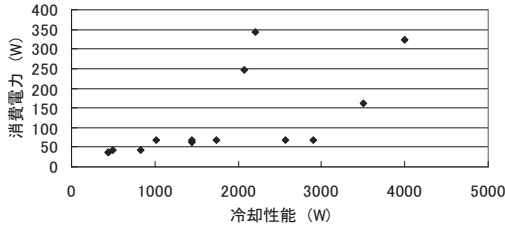


Fig.10 水冷列交換機の冷却性能と消費電力のカタログデータ例

現在商品化されている装置のカタログ値（消費電力と冷却性能）の結果をまとめたものが Fig.10 である。ばらつきはあるが、強制空冷に比べると、少し効率は良い傾向が見られる。

この冷却形態での適用領域は数 kW を超える場合である。

以上の結果より、筐体の冷却形態選択手順の流れを Fig.11 に示す。

電子装置用筐体の冷却方法選択について冷却性能を指標にその考え方を検討した。筐体については、密閉型と開放型を選択指標として整理を行った。冷却性能としては、密閉型筐体は 100W くらい、開放型筐体において自然空冷では数百 W、強制空冷では数 kW、空気-水の熱交換によって数 kW 以上の適用域が区分できる。密閉型ではペルチェ素子による局部冷却も図られるが、ペルチェ素子、強制空冷、空気-水熱交換においては、付帯機器の動作に伴う電力消費が発生する事を考慮することが重要である。

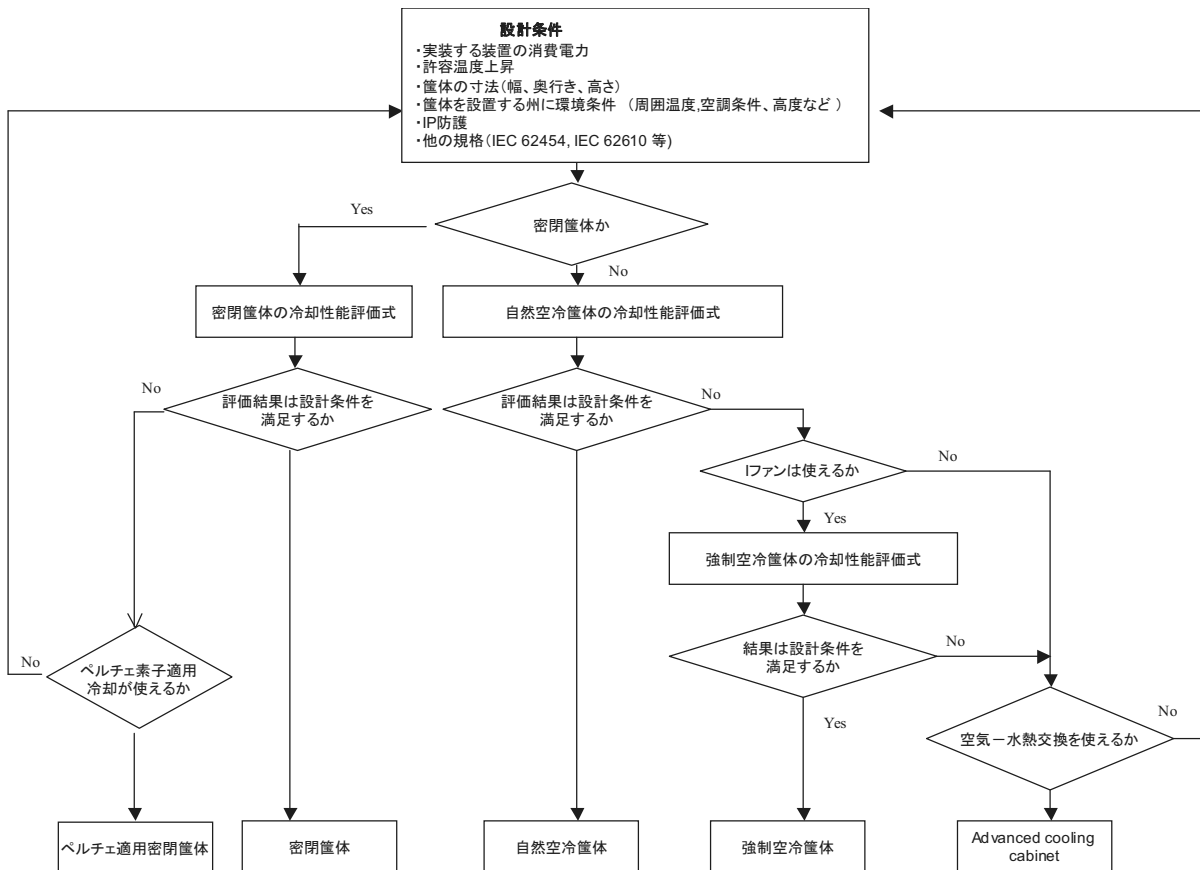


Fig.11 筐体の冷却方法選択の流れ

参考文献

1. IEC 60297, Dimensions of mechanical structures of the 482, 6 mm (19 in) series
2. IEC 60917, Modular order for the development of mechanical structures forelectronic equipment practices
3. 伊藤謹司, 伊藤博友, 電子機器の熱対策設計, 日刊工業新聞社
4. ファンカタログ 一例 山洋電気 URL <http://www.sanyo-denki.co.jp/>
5. 荒木庸夫: 電子機器設計法、日刊工業新聞社
6. IEC 62610-1, Mechanical structures for electronic equipment - Thermal management for cabinets in accordance with IEC 60297 and IEC 60917 series - Part 1: Design guide: Interface dimension and provision for thermoelectrical cooling systems (Peltier effect)
7. IEC 62454, Mechanical structures for electronic equipment - Design guide: Interface dimensions and provisions for water cooling of electronic equipment within cabinets of the IEC 60297 and IEC 60917 series.

学内風力エネルギーとセイルウイング型風力発電機の活用

橋本孝明*, 井上久弘**, 長谷川康和*

(2011年9月30日受理)

Wind Energy on the Campus of Aichi University of Technology and Making Use of Wind Turbine with Sail Wings

Takaaki Hashimoto*, Hisahiro Inoue** and Yasukazu Hasegawa*

(Received September 30, 2011)

Abstract

As the reproducible and dispersive energy, the importance of wind energy will become greater and greater. A preliminary measurement of the wind energy on the campus was carried. The characteristics on the wind turbine with sail wings were experimentally investigated using the small wind tunnel.

It became clarified that although the energy level was not so high, the useful wind energies existed on the campus in the winter season. It also became clarified that the performances of wind turbine with sail wings did not change so much according to the wind velocity, the wind fluctuation and the load, although the efficiency of wind turbine with sail wings is inferior to the one of wind turbine with propellers. The authors think that the wind turbines with sail wings are suitable for the local small scale power generation system by the adoption of larger sail wings and the devices of increasing rotational speed.

Key words: Wind Energy on the Campus, Wind turbine with Sail Wings, Small Power Generation

1 まえがき

平成23年3月11日に、東日本を襲った巨大地震による東京電力福島第1原子力発電所の重大事故は、世界中を震撼させるものであった。この事故によって、ドイツをはじめとして、脱原子力発電に踏み切る国が増加しつつある状況となっている。右肩上がり需要という考え方や、やや浪費的消費の風潮は厳に戒めるべきとしても、電力が民生用、産業用に不可欠であることも事実である。再生可能、分散型のエネルギーとしての風力エネルギーの重要性は今後も増していくものと考えられる。

本論文は、本学学内で測定した風力エネルギーと、小型風洞を使って調べたセイルウイング型風力発電機の特徴から、本学でのセイルウイング型風力発電機の活用について述べたものである。

2 学内風力エネルギーの測定

2.1 過去の風力測定結果

学内風力エネルギーの測定は、著者のひとり橋本らによって実施されたことがあり、「年間の平均風速が3.5[m/s]以上で、かつ4[m/s]以上の風速が2000[時間]以上吹く条件」¹⁾を目安にして、有用性が検討され、「学内には、冬期に有用な局所風力エネルギーが存在する。」という結論を導いたことがある²⁾。当時の結果のうち、風力エネルギーの季節的特徴を述べると以下のようであった。

(1) 冬期(12月, 1月, 2月)に風力エネルギーが最も大きく、冬期3ヶ月間で年間風力エネルギーの約47%を占めており、平均風速は4.4[m/s]であった。

(2) 春期(3月, 4月, 5月)は、冬期に次いで風力

* 愛知工科大学自動車短期大学 〒443-0047 愛知県蒲郡市西迫町馬乗 50-2
Aichi University of Technology Automotive Junior College, 50-2 Manori Nishihasama-cho, Gamagori, Aichi 443-0047 Japan

** 愛知工科大学工学部 〒443-0047 愛知県蒲郡市西迫町馬乗 50-2
Faculty of Engineering, Aichi University of Technology, 50-2 Manori Nishihasama-cho, Gamagori, Aichi 443-0047 Japan

エネルギーが大きく、春期3ヶ月間で年間風力エネルギーの約26%を占めており、平均風速は3.4[m/s]であった。

(3) 秋期(9月, 10月, 11月)は、春期につぐ風力エネルギーがあるが、秋期3ヶ月間の風力エネルギーは年間風力エネルギーの約18%で、平均風速は3.0[m/s]であった。

(4) 夏期(6月, 7月, 8月)は、風力エネルギーが最も小さく、夏期3ヶ月間の風力エネルギーは年間風力エネルギーの約10%で、平均風速は2.4[m/s]であった。

当時とは学内の建築物等がかなり変化しているため、当時とほぼ同じ場所で、あらためて風力エネルギーを測定することとした。

2.2 測定場所と測定時期および測定装置

風速は、「テクノ夢とびあ」の建物東端から南に約6.5[m]離れた場所で、地上高1.8[m]の位置に球杯型風向風速計を設置して自動測定した。測定データは、風向風速計に付属の専用コンピュータ Weather Station に蓄えられた後、専用ソフト Weather Link で、RS232Cによって汎用パソコンに取り込んで処理する。測定時期は、仮自動車実習棟解体工事の関係で、平成23年3月からスタートして、7月までである。

2.3 測定結果

Fig.1は、平成23年3月3日に10分間隔で24時間測定した風速の結果である。

主な結果を述べると次のようである。

(1) 7時から17時まで10時間ほど、約5[m/s]の平均風速が連続して吹いていた。

(2) 最大風速は平均風速の2倍から3倍の10[m/s]から15[m/s]程度である。この最大風速の値は、局所風力エネルギーとしてかなり高いレベルであるといえる。

1日だけの測定結果ではあるが、前述した過去の風力測定結果と照らし合わせて、学内には冬期に有用な局所風力エネルギーが存在すると判断できる。

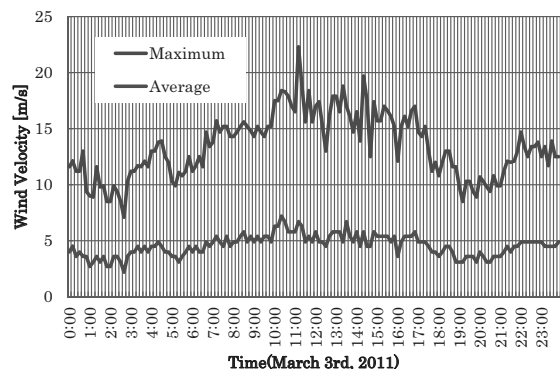


Fig.1 風速測定結果(平成23年3月3日)

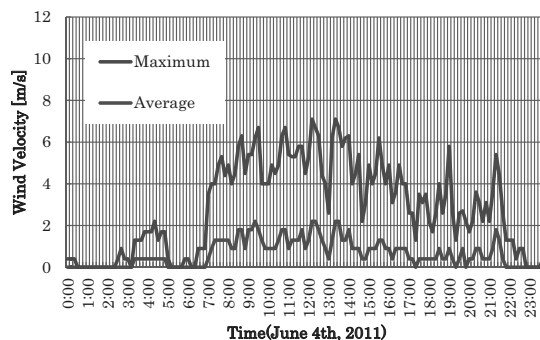


Fig.2 風速測定結果(平成23年6月4日)

Fig.2は、平成23年6月4日に10分間隔で24時間測定した風速の結果である。

なお、風速測定システムの最小処理時間が1分のため、平均風速、最大風速はこの時間での処理値である。

主な結果を述べると次のようである。

(1) 平均風速は、2[m/s]以下であり、風力エネルギーは非常に小さい。

(2) 最大風速は、大きくとも6[m/s]程度であり、せいぜい5[m/s]以下である。

これらから、前述した過去の風力測定結果と照らし合わせても、学内には夏期に有用な風力エネルギーは期待できないと判断できる。

今回の風力エネルギーの測定結果から、あらためて、学内には冬期に有用な局所風力エネルギーが存在していると判断できることが判明した。

3 セイルウイング型風力発電機の特長

3.1 セイルウイング型風力発電機の特徴と実験的研究の経緯

セイルウイング型風力発電機を思いついた時期の研究³⁾に述べたように、セイルウイング型風力発電機は、プロペラ型風力発電機と比較して一般に次のような特徴があると、著者等は考えている。

長所:

- ① 製作が容易で、製作費が安い
- ② 保守、点検、整備が容易
- ③ 破損時の危険が少ない
- ④ 風の変動に対する性能低下が小さい

短所:

- ① 回転数が低い
- ② 出力性能が低い

短所②は短所①と関連があると思われる、増速装置を導入することによって克服できるものと考えられる。長所①から③は経済性と安全性から好ましく、長所④は風力

に伴う固有の弱点を補完できる性質であり、これらの点から、局所風力エネルギーを利用するのに、セイルウイング型風力発電機は十分に意義あるものと考えられる。

これまでに、セイル枚数、セイル形状、セイル材質、セイルの取り付け、ピッチ角の大きさ、風力発電機の負荷などについて、思いつくままに試行的な実験的研究を行ってきた^{4),5),6)}が、パラメータの多さもあって結果を十分に整理できているとは言い難い状況である。そこで、これまでの経験を踏まえて、出力性能に関係深いと考えられるパラメータの影響をあらためて系統的にまとめるための実験的研究を開始した次第である。

本論文では、まずセイルウイング型風力発電機の最も基本的な特性を把握する目的で、風速に対する電流 - 電圧 (以下 I-V と記す) 特性を小型風洞で調べ、土台としたプロペラ型風力発電機の特性と比較した。

3.2 実験装置とセイルウイング型風力発電機

使用した風洞の出口直径は 42[cm] × 42[cm] の正方形⁷⁾で、最高風速は 15[m/s] である。

実験に供したセイルウイング型風力発電機は、Table 1 に示したカタログ性能⁸⁾を持つ英国の LVM 社製エアロゼン -2 という名称のプロペラ型風力発電機を土台にして、プロペラをセイルウイングに変更したものである。プロペラ型風力発電機の回転直径は 58[cm] であるが、セイルウイング型風力発電機の回転直径は 36[cm] とした。これは、風洞吹出口が 42[cm] × 42[cm] であることを考慮して、若干の余裕を持たせたからである。

セイルウイングの枚数は Fig.3 に示すように 4 枚とした。風を最も多く受ける面積であり、最も基本的形状と考えたからである。セイルウイングの素材はさらし布である。

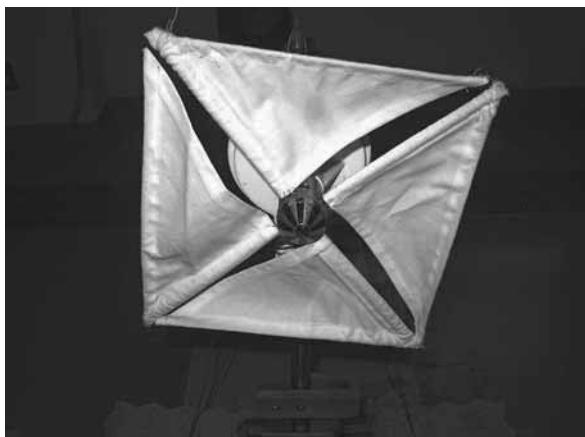


Fig.3 セイル枚数

Table 1 プロペラ型風力発電機 (英国 LVM 社製) の仕様

項目	内容
出力	20[W]
出力電圧	12[V]
設計風速	10.5[m/s]
カットイン風速	2.5[m/s]
プロペラ材質	エポキシ樹脂
プロペラ枚数	5 枚
プロペラ回転直径	58[cm]
本体重量	5[kgf]
水平スラスト	24[kgf] (35[m/s] 時)
発電機	単相交流発電機 (整流器内蔵, 直流出力)
保護回路	サーマルスイッチ内蔵 (動作温度 70[°C])

Fig.4 に実験回路を示す。風力発電機の外部に 5.1[Ω], 10[Ω], 51[Ω], 100[Ω], 510[Ω] の 5 種類の負荷抵抗を持つ回路を構成し、さらに開放回路と短絡回路とを加えた 7 種類の状態が実験できる。風速は 5[m/s], 7[m/s], 9[m/s], 11[m/s], 13[m/s], 15[m/s] の 6 種類変化させて、電流と電圧を測定した。

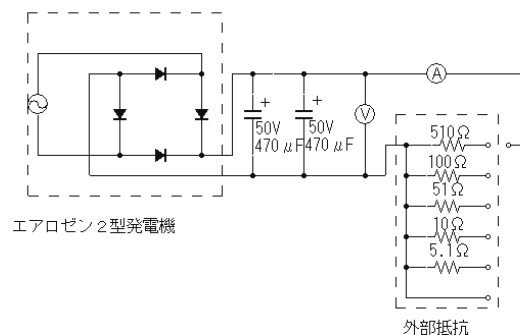


Fig.4 実験回路

3.3 実験結果

(1) I-V 特性と考察

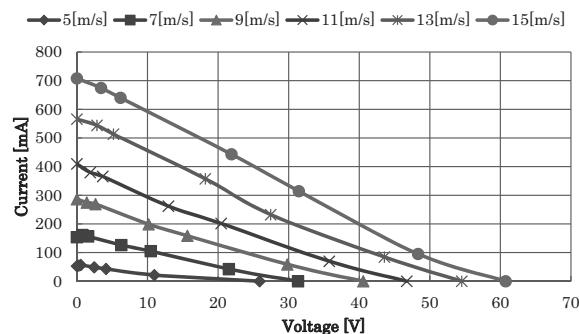


Fig.5 I-V 特性 (セイルウイング型風力発電機)

セイルウイング型風力発電機の各風速における、I-V 特性を Fig.5 に、電圧に対する出力特性を Fig.6 に示す。

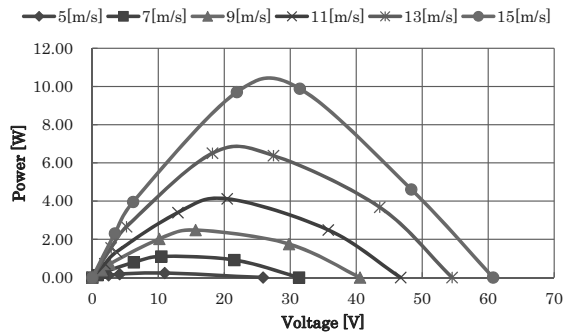


Fig.6 出力特性 (セイルウイング型風力発電機)

これらから、次のことが言える。

① どの風速においても、電流と電圧はほぼ直線的に変化する。

② どの風速においても、出力の最大値は最大発生電圧 (開放端電圧) の約 1/2 の電圧の状態で見られる。

Fig.7 と Fig.8 は、プロペラ型風力発電機に対する結果である。プロペラの回転直径とセイルウイングの回転直径が異なるなど、直接の定量的比較は無理としても定性的な傾向は伺えるものと考えている。これらのグラフから次のことが言える。

① 風速 11[m/s] 以上では、開放端電圧付近を除いて、電流と電圧はほぼ直線的に変化する。

② 風速 9[m/s] 以下では、短絡電流付近で、流れる電流がやや低下する傾向がある。

③ どの風速においても、出力の最大値は最大発生電圧 (開放端電圧) の約 1/2 の電圧の状態で見られる。

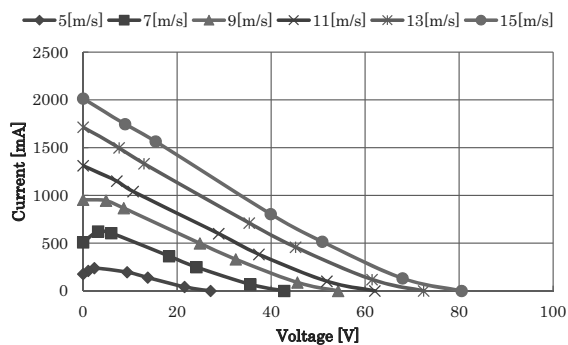


Fig.7 I-V 特性 (プロペラ型風力発電機)

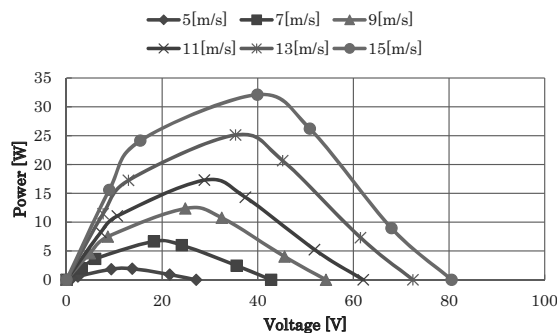


Fig.8 出力特性 (プロペラ型風力発電機)

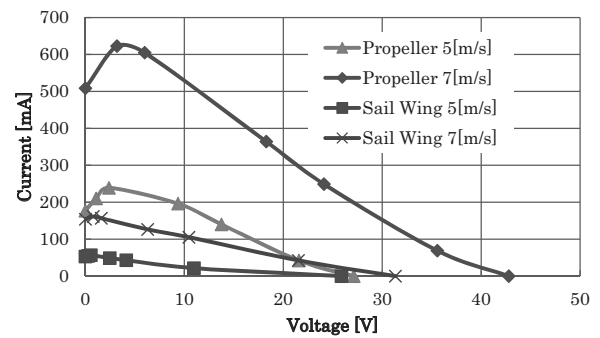


Fig.9 低風速領域における両発電機の I-V 特性の比較

Fig.9 は、実験での低風速領域である 5[m/s] と 7[m/s] におけるセイルウイング型風力発電機とプロペラ型風力発電機の I-V 特性を取り出して比較したものである。

低風速領域におけるプロペラ型風力発電機は、短絡回路での電流の落ち込みが明確である。プロペラ型風力発電機は、回転が落ちると設計点から外れることになり、性能低下になることが予想される。回転の落ちる原因には、風速の減少と負荷の増加が考えられる。最大の電流を流そうとする短絡回路では発電機にかかる負荷が最大であり、プロペラの回転が落ちて、電流の落ち込みになっているものと思われる。設計点よりも小さな風速 5[m/s] と 7[m/s] でこの傾向が顕著である。

セイルウイング型風力発電機は短絡回路での電流の落ち込みは大きくない。セイルウイング型風力発電機はどの風速においても、負荷の増加に対して明確な電流の落ち込みが見られないことから、流体力学的には特別な設計風速を考える必要がないのではないかと推定している。この点は今後十分に研究したいところである。

以上のことから、セイルウイング型風力発電機は風速変動に追従可能であり、また低速の風にも対応できる良さがあるのではないかとと思われる。前述した 3.1 の長所④が再確認できたものと考えている。

(2) 最大出力性能と考察

Fig.10 にセイルウイング型風力発電機とプロペラ型風力発電機の最大出力を風速に対してプロットしたものを示す。

この図から、設計風速 10.5[m/s] で得られるプロペラ型風力発電機の最大出力は約 15[W] となるが、設計出力 20[W] の 75% である。風洞吹出面積がプロペラ回転面積より小さいため、プロペラ型風力発電機に入射する風力エネルギー自体の少ないことが理由のひとつと思われる。プロペラの回転面積は風洞吹出面積の 1.5 倍であるから、得られた最大出力 15[W] を仮に 1.5 倍すると 22.5[W] となるので、プロペラ型風力発電機は吹出面積の小さな風洞での実験にもかかわらず一応の性能は出て

いるものと考えられる。

セイルウイング型風力発電機の最大出力はプロペラ型風力発電機の最大出力に比べてどの風速においても低くなっている。回転面積がプロペラ型風力発電機の回転面積より小さいから当然の結果と言えるかも知れない。両風力発電機の流体力学的性質が異なるから、単純な比較はできないが、仮に、風力発電機による吸収エネルギーが風車の回転面積に比例するとして、セイルウイング型風力発電機で得られた各風速における最大出力を、プロペラ型風力発電機の回転面積 $58 \times 58 [\text{cm}^2]$ / セイルウイング型風力発電機の回転面積 $36 \times 36 [\text{cm}^2] = 2.6$ 倍して描いたのが図中の Corrected Sail Wing のカーブである。これからわかるように、セイルウイング型風力発電機の回転面積を大きくすれば、最大出力の差が縮まることが予測される。

Fig.11 は最大出力を係数で書き直した結果である。この係数は、風力エネルギーに対する風力発電機の吸収効率のようなものである。セイルウイング型風力発電機は回転面積の風力エネルギーで最大出力を係数化し、プロペラ型風力発電機は風洞吹出面積の風力エネルギーで最大出力を係数化したものである。

① セイルウイング型風力発電機は、風速に対する最大出力の変化がプロペラ型風力発電機の場合より少ない。

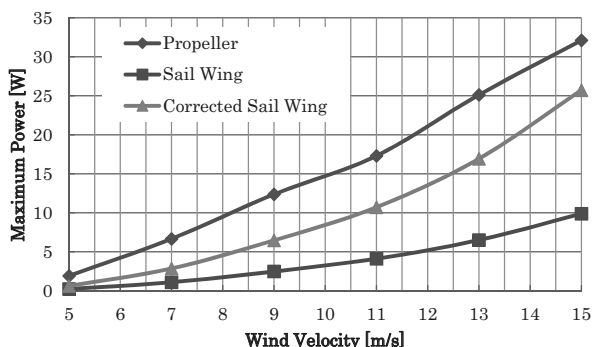


Fig.10 最大出力の比較

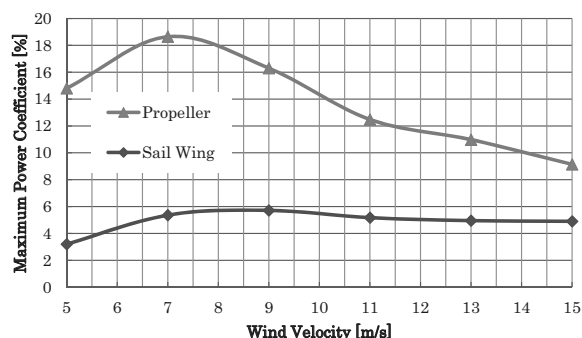


Fig.11 最大出力係数の比較

② セイルウイング型風力発電機の最大出力係数は 6[%] くらいであり、プロペラ型風力発電機の最大出力係数の 18[%] の 1/3 程度であるので、全体的に性能が落ちる。この理由は、セイルウイング型風力発電機は回転が上らないことが原因と考えられる。これを改善するには増速装置を考慮する必要があるかも知れない。

以上から、セイルウイング型風力発電機の最大出力は風速に対して変化が少ないが、プロペラ型風力発電機と比較して最大出力性能が劣ることがわかる。なお、セイルウイング型風力発電機の回転直径を大きくすれば、最大出力の値自体が大きくなることとともに、寸法効果による性能向上も期待できるはずである。

4. セイルウイング型風力発電機の活用

測定結果から、学内には冬期に有用な局所風力エネルギーが存在していると判断できることが判明した。おそらく 5[m/s] 程度の風速である。10 分という時間間隔があれば、たとえ瞬時としても、平均風速の 2 倍から 3 倍となる、かなり高レベルの風力エネルギーである最大風速が吹くこともわかった。

通常のプロペラ型風力発電機は 10[m/s] 程度の風速に対する設計が多く、学内の活用にはやや風速不足の感がある。これに対して、セイルウイング型風力発電機は、低風速であっても、風速変動があっても、負荷が増えても、性能低下がさほどでなく、学内の風力エネルギーの活用には案外適しているのではないかと考えている。

現状ではプロペラ型風力発電機に比べて性能的に劣るが、回転面積の増大、増速装置の導入によって、十分に伍していけるのではないかと考えている。

5. むすび

セイルウイング型風力発電機による学内における風力エネルギーの活用を考えている。具体的には、第 1 にセイルウイング型風力発電機の設置である。第 2 に発電データの記録と分析である。第 3 に非常電源用電池の簡易充電システムの構築である。できることから順次推進していきたい。

本論文は、平成 21、22 年度のグループ研究「クリーンエネルギー調査研究プロジェクト（代表：畑中義式）」の風力発電調査研究班（班長：橋本孝明）が実施した研究結果の一部をまとめたものである。

参考文献

- 1) 牛山泉, 三野正洋: 小型風車ハンドブック, パワー社, 1981年
- 2) Takaaki HASHIMOTO, Shoushi INOUE, Yutaka KONISHI and Kouki YAMAJI: An Investigation on Local Wind Energy Resources, Joint IEW/JSER International Conference on Energy, Economy, and Environment, June 25 1996, Osaka Japan
- 3) 井上久弘, 橋本孝明, 山本照美, 永田英雄, 服部幸弘, 浅野由久, 坂田栄太郎: 局所風力エネルギー利用のためのセイルウイング型風車について, 愛知工科大学紀要 第1巻 創刊号, 2004年3月, pp.97-105
- 4) 橋本孝明, 井上久弘, 浅野由久, 坂田栄太郎: セイルウイング型風車の性能に関する研究—セイルの留め綱のガバナ効果—, 第17回環境工学シンポジウム 2007 講演論文集, 2007年7月, pp.370-371
- 5) 橋本孝明, 井上久弘, 浅野由久: セイルウイング型風車の特性に関する研究—セイル面積と電流・電圧の一考察—, 日本機械学会東海支部第57期講演会講演論文集, 2008年3月, pp.91-92
- 6) 井上久弘, 橋本孝明, 浅野由久: セイルウイング型風車の特性に関する研究—性能特性に及ぼす諸特性の検討—, 日本機械学会関西支部第83期定時総会講演会講演論文集, 2008年3月, p.8-6
- 7) 橋本孝明, 浅野由久, 井上久弘: 小型風洞吹出口の改造, (社)日本設計工学会平成17年度春季大会研究発表講演会講演論文集, 平成17年5月, pp.13-16
- 8) (株)岩中電機製作所: エアロゼン—2風力発電機組立キット取扱説明書, 1998年7月

自動車の軽量化・電動化による環境負荷低減効果に関する研究

古川 雄*, 矢野正孝**

(2011年9月30日受理)

Study on the Reduction of Environmental Impacts by Lightweight or Electrically Powered Vehicle

Yuu Hurukawa*, Masataka Yano**

(Received September 30, 2011)

Abstract

Environmental impacts of light weight vehicles (made of Al or CFRP) and electrically powered vehicle (EV) were studied comparing with gasoline vehicle (GV), based on Life Cycle Assessment (LCA).

Global warming gas emission during life cycle will be 20% reduced by lightweight and 44% by electrically powered. In the case of EV, CO₂ emission during running stage may be reduced to 1/3, caused by lower ratio of fossil fuels in the primary energy and higher energy efficiency. Especially collecting of kinetic energy at the time of braking is considerably effective.

キーワード：環境影響, LCA, 温暖化ガス, アルミニウム車, CFRP車, 電気自動車

keyword: Environmental Impacts, LCA, Global warming gas, Aluminum vehicle, CFRP vehicle, Electric vehicle

1. はじめに

地球温暖化防止は世界各国にとって喫緊の課題である。

温暖化防止に向けた「気候変動枠組み条約」において締結された京都議定書では、先進国に対して温室効果ガスを1990年比で、2008～2012年までの間に5.2%の削減を目標としている。我が国は、対1990年比6%の温室効果ガス削減を義務付けられているものの、2008年実績では1.6%増となっており、現状からは7.5%の低減が必要とされている¹⁾。

また、2008年度CO₂排出量の部門別内訳を見ると産業34%、運輸19%、業務その他19%、家庭14%と産業部門について運輸部門の削減努力が期待される。

運輸部門における排出源は、自動車が約9割と鉄道・

航空・海運を圧倒的に上回っており、また自動車のうちでは乗用車が6割と貨物車・バスを上回る温暖化ガスを排出している。

また今後、開発途上国において乗用車の販売台数が急激に増加するものと予想され、乗用車の環境対策、特に温暖化ガス排出低減技術の開発と普及は焦眉の急と考えられている。

日本自動車工業会の研究によると、自動車のライフサイクルにおけるエネルギー消費量、CO₂排出量は走行段階で各々83%、86%を占めるという結果となっており²⁾、自動車のCO₂を削減するには、走行段階におけるCO₂排出量の低減が必須である。

走行時のCO₂を削減する為には、**Fig.1-1**に示すように、燃費向上技術又は新動力の適用をはかる必要がある。

* 産業振興株式会社 〒136-0071 東京都江東区1-5-7 日鐵NDタワー8階 Sangyo Sinko Ltd. Nittetsu Tower 8F,1-5-7 Koutouku Tokyo, 136-0017

** 愛知工科大学工学部, 〒443-0047 愛知県蒲郡市西迫町馬乗50-2 Faculty of Engineering, Aichi University of Technology, 50-2 Manori, Nishihasamacho, Gamagori 443-0047

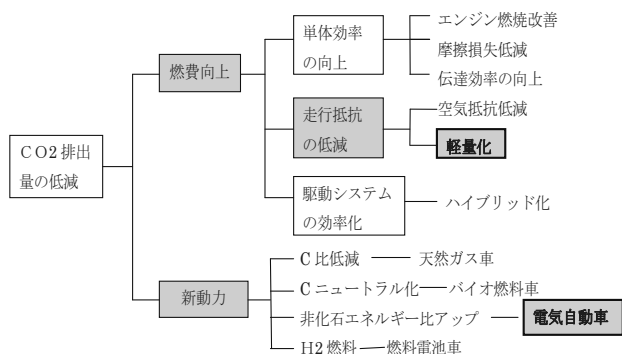


Fig.1-1 自動車走行時における CO₂ 排出低減技術

本研究では、燃費向上技術としての軽量化、新動力適用技術としての電動化を取り上げ、各々による温暖化ガス削減効果を評価することとした。

温暖化ガス排出量は、乗用車の製造—使用—廃棄のライフサイクルで評価する必要がある、文献データの調査、収集、および一部試験走行データを加えて、LCA(Life Cycle Assessment)手法による解析・評価を試みた。

自動車のLCAは1990年代以降盛んに行われ、従来のスチール製ガソリン自動車の一部部材をアルミニウム合金、マグネシウム合金、強化プラスチックに置換したケースから、置換可能部材を拡大したオールアルミニウム車(フォード P2000, アルミ重量比率 35%)、CFRP(Carbon Fiber Reinforced Plastics 炭素繊維強化プラスチック)車などに関する研究結果が報告されている^{3)~7)}。

また、電気自動車に関しては、1990年代末から製造—走行段階を対象にしたLCAが多く試みられ^{8) 9)}、航続距離を限定すればガソリン車より電気自動車の方がCO₂排出量は少ないことが報告されている。しかし従来研究では、

- 1) 使用されたデータベースは、必ずしも信頼性の高いものではない
- 2) LCA対象とした製品システム境界が比較的狭く、部品を含めた車全体に及び、かつシステム境界が、製造—使用—リサイクル—廃棄までライフサイクル全体に及んだ研究はない。
- 3) 軽量化、電動化による環境負荷軽減効果を自動車の同一機能単位で評価した例は見当たらない。

など、次世代自動車に関して、環境特性比較から将来方向を明確に検証した研究はない。

これらの背景をもとに本研究では、直近の最も信頼性の高いデータベースをもとに、乗用車の全ライフサイクルを対象に、従来車をベースに、軽量化、電動化による環境負荷特性の改善効果を検証した。

2. 研究目的および研究方法

研究目的

- 1) ガソリン自動車(スチール車, アルミ車, CFRP車), 電動化(リチウムイオン電池搭載)についてライフサイクルにおける環境負荷, 特に温暖化ガス排出量に関する定量的比較を行なう。
- 2) 自動車の素材, エネルギーに関して将来めざすべき方向を, 環境を視点として提言する。

研究方法

研究対象とするモデルケースとして、自動車の機能単位を、2000cc相当の5人乗りセダンの普通乗用車とし、環境負荷解析を、LCA手法によるインベントリ分析、環境影響評価により行った。

LCA解析ソフトとしては、(独)産業技術総合研究所と(社)産業環境管理協会が共同開発した「JEMAI-LCA Pro」¹⁰⁾を使用した。本ソフトウェアはLCAに関する国際規格「ISO14040シリーズ」に準拠し、バックグラウンドデータとして約500項目を、また環境影響評価手法として「日本版被害算定型環境影響評価手法(LIME)」を取り入れている。

対象とする乗用車の各種諸元については、公知文献を比較検討し、妥当と思われる値を積み上げてデータ化した。具体的には、基本となる2000ccガソリン自動車の素材、部品構成に対して、軽量化、電動化において置換可能な部材、部品を再構成することによって、各種素材の重量算定を行った。さらに文献値、カタログ値、実測値からガソリン車、電気自動車の燃費、電費データと車両重量との関係を整理し、対象車の走行段階におけるエネルギー消費量を算定した。

また、リサイクルに関しては、主要素材のカスケードリサイクルを考慮したが、CFRPのリサイクルに関しては商業規模での技術が未開発であり、焼却廃棄処分として算定した。

3. 検討対象とした各種自動車のインベントリデータ

3-1 基準車種と機能単位の設定

LCA対象車はガソリン乗用車5人乗り、4ドア・セダン、2000ccと、それに機能的に相当するアルミニウム車、CFRP車、電気自動車とした。基準となる従来型ガソリン車の仕様・諸元をTable3-1に示す。

また、走行期間と走行距離は直近の我国交通統計¹¹⁾を参考に、ここでは10年、10万km走行機能を持つ乗

Table 3-1 基準とした従来車の主な仕様・諸元

項目	仕様
車重(kg)	1,380
排気量(cc)	2,000
燃料の種類	ガソリン
ボディタイプ	4ドア・セダン
駆動方式	FF
トランスミッション	AT

用車と設定した。

軽量化可能な車種として、アルミニウム車、CFRP車を検討対象としたが、各々、基準ガソリン車の代替可能部分を、軽量部材に置き換えることによる車重変化を計算し、軽量化による燃費向上効果を算定した。

また電気自動車に関しては、燃料タンク・エンジン・排気系を、バッテリー・モーター・コントロールユニットに置き換えることによる車重増量を計算し、文献・カタログ値による車重-電費の関係から必要電力量を算定した。

3-2 製品システムとシステム境界

製品システムには、資源採掘から始まり自動車の製造に必要な素材の製造プロセス、および部品製造、製品組立、走行、廃棄の各プロセスに続き、中間処理、素材再生処理プロセス、廃棄プロセスを含めた、全プロセスにわたって必要なエネルギー製造プロセス、各プロセス間の輸送も含まれる。

3-3 選択した環境影響領域、および環境影響評価の方法

自動車のライフサイクルでの環境影響を評価する場合、地球温暖化が最も重要なカテゴリーであるが、他にオゾン層破壊、光化学オキシダントの生成、酸性化、富栄養化、廃棄物の発生量についてもその変化を検証した。

ISO14010では、影響評価は特性化までが必須検討項目とされ、正規化、統合化は任意とされているが、本研究では今後の課題での重要影響領域を明らかにするために、正規化までの検討を行った。

3-4 ライフサイクル各段階におけるインベントリデータ

(1) 調査採用したベースデータ

検討対象とした上記各車両のインベントリデータを作成するにあたり、個々の車種で製造条件が明示されている諸文献、運輸省統計データ、実車両カタログ、一部実走行データを引用整理した。

(2) 素材構成と素材投入量

従来車

日本自動車研究所の研究報告等に基づいて、鈴木の子会社で作成した素材構成のインベントリデータを元データとして、各乗用車の素材および素材投入量をTable 3-2のように定めた。

アルミニウム車

日本アルミニウム連盟による試算データ⁵⁾のステール、アルミニウム各社重量に基づき、ステール車重量が、上記基準車重量になるよう重量補正を行い、アルミニウム車も同一比補正を行った。

CFRP車

基準となるステール車の、どの部材がCFRPに代替できるかを検討した。熱影響を受けないボディ、シャーシ、内外装品系についてステールをCFRPに置き換えて軽量化することを想定した。適用可能なCFRPには、CF/EP、CF/PPがあるが、シャーシには強度に優れたCF/EPを、ボディ、内外装品にはCF/PPを用いる。また、車重が軽いほどエンジンは小型化できる⁷⁾ため、軽量化で約800kg強にまで車重が落ちるため、CFRP車のエンジンは70kgまで軽量化できると推定した。

Table 3-2 従来車の素材構成と投入量

	素材	使用量(kg)	比率(%)	投入量(kg)	スクラップ発生量(kg)	歩留り(%)
鉄鋼材料	鉄鉄	14.8		30.3	15.5	49.0
	鋼板(端)材	89.0				49.0
	熱延鋼板	171.8		264.4	92.6	65.0
	冷延鋼板	153.3		235.9	82.6	65.0
	高張力鋼板	54.3		83.6	29.3	65.0
	表面処理鋼板	250.3		398.9	148.6	65.0
	その他(鋼管、棒鋼など)	21.7		27.2	5.5	80.0
	炭素鋼、合金鋼、快削鋼	139.1		283.9	144.8	49.0
	ステンレス鋼、耐熱鋼	21.1		26.4	5.3	80.0
	ばね鋼、軸受鋼	25.4		31.7	6.4	80.0
その他(焼結など)	8.9		9.9	1.0	90.0	
	小計	949.8	68.8	1392.1	442.3	
非鉄金属材料	アルミ地金	84.2		131.6	47.4	64.0
	電気銅	20.4		22.6	2.2	90.0
	鉛地金	8.7		9.7	1.0	90.0
	亜鉛地金	7.4		11.4	4.0	65.0
	小計	120.7	8.7	175.3	54.6	
高分子材料	PUR	18.4		19.4	1.0	95.0
	PVC	19.7		20.7	1.0	95.0
	PE	10.0		10.6	0.5	95.0
	ABS	8.6		9.1	0.5	95.0
	PP、その他汎用樹脂	52.0		54.7	2.7	95.0
	PA、その他高機能樹脂	9.0		9.5	0.5	95.0
	塗料、接着剤	19.1		51.0	31.9	37.5
	ゴム類	55.1		78.7	23.6	70.0
	小計	191.9	13.9	253.6	61.7	
その他材料	ガラス類	42.6		60.8	18.2	70.0
	繊維類	33.8		35.6	1.8	95.0
	オイル類	15.9		15.9	0.0	100.0
	水系液類	15.5		15.5	0.0	100.0
	代替フロン(HFC-134a)	0.8		0.8	0.0	100.0
	その他	9.1		9.1	0.0	
	小計	117.6	8.5	137.7	20.1	
	合計	1380.0	100.0	1949.4		

電気自動車

電気自動車は、従来車のエンジン、燃料タンク、排気管が不要となり、バッテリーと、モーター・コントローラーが付設されるという前提のもとに、各部品の素材収支を計算した。各部材の重量は、産業技術審議会他(1997)をもとにまとめられた、パーツ別素材データを参照した⁷⁾。バッテリーにはエネルギー密度が高く、近年商用電気自動車に搭載されているリチウムイオン電池を45kwh容量分搭載するとして計算した¹²⁾。

(3) 製造段階でのエネルギー消費量

本体組立て(内製部品含む)エネルギー

日本自動車工業会の工場環境委員会がまとめた、自工会13社合計のエネルギー・素材投入リスト⁷⁾をもとに、従来車1台分(1380kg)の組立てエネルギーは、総素材投入量(2285.9万t)に対して比例配分することにより求めた。

アルミニウム車は従来車と同一組立てエネルギーとしたが、CRRP車はプレス成型のかわりに樹脂成型エネルギーを、電気自動車ではエンジンの鋳造エネルギーを削除し、別途リチウムイオン電池製造エネルギーを考慮した。各乗用車の組立て段階におけるエネルギー使用量をTable3-3に示す。

部品製造エネルギー

自動車部品の大部分は外製であり、関連自動車部品、タイヤ、ガラス、バッテリーなどの専門メーカーからのデータ収集が必要であるが、現状では極めて困難であるため、公的統計データ(平成13年度石油等消費構造統計表)の産業分類から各業界の消費エネルギー量を求めた数値⁷⁾を流用した。

ここでは本数値を当該年度の四輪車生産台数で割った数値を、対象乗用車の部品製造エネルギーとして採用した。

(4) 走行段階におけるエネルギー消費量(燃費、電費)

日本及び米国等では燃費を表示するのに、「km/liter」や「mile/gallon」といった単位燃料量あたりの走行距離を用いるのに対し、欧州各国では「liter/100km」のように一定距離を走行するのに必要な燃料量を用いる。

本研究では、燃費とその支配要因との関係を直線近似できる欧州方式に準じ、ガソリン車のエネルギー消費量

Table 3-3 対象とした各車の組立て段階におけるエネルギー使用量(MJ/台)

	プレス	樹脂成型	溶接	塗装	樹脂成型	車両組立て	鋳造	鍛造	熱処理	機械加工	動力源他	製造段階合計
従来車	184	—	377	1,219	222	358	1,619	307	376	1,124	3,586	9,372
アルミ車	184	—	377	1,219	222	358	1,619	307	376	1,124	3,586	9,372
CFRP車	—	2,637	377	1,219	222	358	1,619	307	376	1,124	3,586	11,825
電気自動車	184	—	377	1,219	222	358	—	307	376	1,124	3,586	7,753

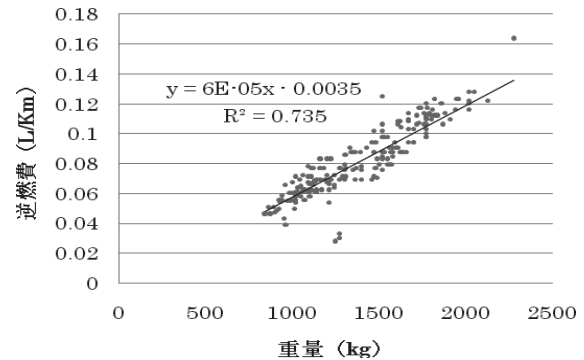


Fig.3-1 ガソリン車の車両重量と逆燃費との関係 (T社カタログ値, 10・15モード)

Table 3-4 電気自動車の重量と燃費の関係(10・15モード)

車名	REVA-CLASSIC	i-MiEV	プラグインステア	e-ZONE	リーフ	エロンG	エリーカ1	エリーカ2	AUT	REVA-CLASSIC	e-ZONE
バッテリー	鉛	リチウムイオン	リチウムイオン	リチウムイオン	リチウムイオン	リチウムポリマー	リチウムイオン	リチウムイオン	鉛	鉛	鉛
車両総重量(kg)	960	1100	1010	630	1777	760	2400	2730	1360	960	740
1充電走行距離(km)	85	160	90	110	160	100	200	320	140	85	70
総電力容量(kWh)	9.6	16	9	10.1	24	10.3	29	48	15.84	9.6	10.1
燃費(km/kwh)	8.85	10.00	10.00	10.89	6.67	9.71	6.90	6.67	8.84	8.85	6.93
逆燃費(kwh/km)	0.11	0.10	0.10	0.09	0.15	0.10	0.14	0.15	0.11	0.11	0.14

を逆燃費[l/km]、電気自動車のエネルギー消費量を逆電費[kwh/km]と定義して以下表記した。

ガソリン自動車の逆燃費

T社カタログ値に基づくガソリン自動車の車両重量と燃費の関係をFig.3-1に示す。本来、環境問題に供するデータ解析には実燃費で論ずる必要があるが、ここでは電気自動車(現状では実電費データの開示が希少)との特性比較のために10・15モードによる燃費を使用した。この回帰式に基づき、従来車、アルミ車、CFRP車の燃費を算出した。

電気自動車の逆電費

過去商用車として売り出された電気自動車のうち、車両重量と電費のデータの開示されている車種、および他にデータ採取できたエリーカ(慶応大学)⁸⁾、AUT-YRV(愛知工科大学)の諸元を併せ、車両重量と逆電費の関係をTable3-4およびFig.3-2に示す。車重と逆電費との間に強い相関が見られ、その回帰式に基づいて、本研究で対象とした電気自動車重量(1667.7kg)からその電費を算出した。

(4) リサイクル・廃棄段階における物質収支とエネルギー消費量

中間処理(解体・破砕・選別)における物質収支

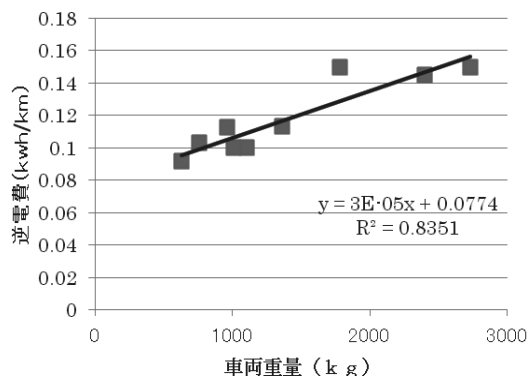


Fig.3-2 電気自動車の車両重量と逆電費との関係 10・15モード)

Table 3-5 リサイクル段階での物質収支

材料	廃車の素材重量 (kg)	回収再生処理 (%)	ASR埋立て (%)	焼却、無害化処理 (%)	放出 (%)
鉄鋼	958.8	98	2		
アルミ	84.23	95	5		
銅	20.39	61	39		
鉛	8.71	94	6		
亜鉛	7.4	85	15		
樹脂	136.8	2	98		
ゴム	55.12	47	53		
繊維	33.78	0	100		
ガラス類	42.55	0	100		
バッテリー液	4.17			100	
ウォッシュャー液	2.9			100	
ラジエータ液	8.44			50	50
オイル	15.88			100	
HFC-134a	0.81			24	76
合計	1380.0				
			ASR比率: 廃車重量の18.2%		

従来車(ガソリン・スチール車)の解体、破砕・選別処理における、素材の回収再生率および、シュレッター層発生率、焼却・無害化処理率をTable3-5に示す。同表は、自動車研究所による自動車リサイクル物質収支の調査結果¹³⁾をもとに作成したもので、他車のリサイクル処理においても、本数値を基本に物質収支を計算した。

アルミニウム車のリサイクルについては、従来車と同じリサイクルプロセスをとると考えられるため、Table3-5同等の数値を使用した。

CFRP車のCFRP素材リサイクルについては実用規模での実証はなく、ここでは金属材料と樹脂、ゴムの一部リサイクルを除いては、焼却ないし埋立て処分することとした。

また、電気自動車のリチウムイオン電池のリサイクルについては、回収分解のうち、コバルト酸リチウムのみ回収し、他は埋立て処分することとした。

以上をもとに構成した4車種のインベントリデータを一括してTable3-6に示す。

4. 対象車種のLCA評価結果

4-1 インベントリ分析結果

Table 4-1, Table 4-2に従来車と電気自動車のインベントリ分析結果を示す。表には、資源消費、大気圏排出物、水圏排出物、固形排出物の重量を、ライフサイクルにおける製造、使用、処分、ステージ間輸送合計の値として示した。他2車のインベントリ分析結果は表示していないが、従来車を基準に比較すると、

アルミ車 資源消費に関して、アルミ車は車体主要部分を鉄からアルミに代替するため、製造段階での鉄消費が大幅に減り、軽量化に伴う燃費減により使用段階での原油消費も減少する。

CO₂は使用時燃費減により減少するが、製造時にはアルミ精錬に消費する電力量の増加に伴い、NO_xも含めて増加する。

水圏排出物、固形排出物は製造時にアルミ精錬に起因してほぼ倍増するが、処分段階では半減する。

CFRP車

製造段階での鉄資源消費が大幅に減少するが、反面、原油増はほとんどなく、軽量化による燃費減少効果で、使用時の原油低減が著しい。CO₂はほぼアルミ車並みに減少し、NO_xも減少している。ただし、BOD、CODが製造、処分段階とも増加している。

これはプラスチック製造時の化学工場排水と、埋立て処分に付随する水圏汚染が原因である。

処分での固形廃棄物増加が問題となるが、CFRPのリサイクル技術の確立が普及に際しての最重要課題の一つと考えられる。

電気自動車

鉄、アルミ、原油等の資源消費は問題ないが、Table 6-4に示されるようにリチウムイオン電池の主原料となる、Co、Liの希少資源の消費が問題となる。CO₂は製造段階では電池製造に起因して従来車を上回る排出があるものの、使用段階で大幅な低減となる。NO_x排出量も同様な傾向を示すが、水圏排出物、固形排出物総量は従来車とほぼ同等である。

従来車に比べて個々の排出物で相対的増減はあるが、特に環境基準を超えて排出される物質はなく、以下には本研究の主目的である温暖化ガス排出量の変化を中心に、次世代乗用車の評価を進めることにする。

Table 3-6 調査対象とした乗用車4種の LCI データ (kg)

素材構成	従来車(スチール・ガソリン車)		アルミ車		CFRP車		電気自動車	
	素材	ガソリン車 (4ドアセダン2000cc)	素材	アルミ車	素材	CFRP車	素材	リチウムイオン 電池車
鉄鋼材料	鉄鉄	14.8	鉄鋼	201.8	鉄鉄	14.8	鉄鉄	14.8
	鋼板(端)材	89.0			鋼板(端)材		鋼板(端)材	89.0
	熱延鋼板	171.8			熱延鋼板		熱延鋼板	57.1
	冷延鋼板	153.3			冷延鋼板		冷延鋼板	153.3
	高張力鋼板	54.3			高張力鋼板		高張力鋼板	54.3
	表面処理鋼板	250.3			表面処理鋼板		表面処理鋼板	250.3
	その他(鋼管、棒鋼など)	21.7			その他(鋼管、棒鋼など)	21.7	その他(鋼管、棒鋼など)	21.7
	炭素鋼、合金鋼、快削鋼	139.1			炭素鋼、合金鋼、快削鋼	79.8	炭素鋼、合金鋼、快削鋼	139.1
	ステンレス鋼、耐熱鋼	21.1			ステンレス鋼、耐熱鋼	21.1	ステンレス鋼、耐熱鋼	13.1
	ばね鋼、軸受鋼	25.4			ばね鋼、軸受鋼	25.4	ばね鋼、軸受鋼	25.4
その他(焼結など)	8.9	その他(焼結など)		その他(焼結など)	8.9			
小計	949.8	小計	201.8	小計	162.8	小計	827.2	
非鉄金属材料	アルミ地金	84.2	アルミニウム	293.6	アルミ地金	66.4	アルミ地金	71.9
	電気銅	20.4	電気銅	20.4	電気銅	20.4	電気銅	29.9
	鉛地金	8.7	鉛地金	8.7	鉛地金	8.7	鉛地金	8.7
	亜鉛地金	7.4	亜鉛地金	0.0	亜鉛地金	7.4	亜鉛地金	7.4
	小計	120.7	小計	359.4	小計	102.89	小計	117.9
高分子材料	PUR	18.4	PUR	17.2	PUR	18.4	PUR	18.4
	PVC	19.7	PVC	18.4	PVC	19.7	PVC	19.7
	PE	10.0	PE	9.4	PE	10.0	PE	10.0
	ABS	8.6	ABS	8.0	ABS	8.6	ABS	10.5
	PP、その他汎用樹脂	52.0	PP、その他汎用樹脂	48.6	PP、その他汎用樹脂	52.0	PP、その他汎用樹脂	52.0
	PA、その他高機能樹脂	9.0	PA、その他高機能樹脂	8.4	PA、その他高機能樹脂	9.0	PA、その他高機能樹脂	9.0
	塗料、接着剤	19.1	塗料、接着剤	17.1	塗料、接着剤	19.1	塗料、接着剤	19.1
	ゴム類	55.1	ゴム類	49.3	ゴム類	55.1	ゴム類	55.1
	小計	191.9	小計	176.4	小計	191.9	小計	193.8
その他材料	ガラス類	42.6	ガラス類	38.1	ガラス類	42.6	ガラス類	42.6
	繊維類	33.8	繊維類	30.2	繊維類	33.8	繊維類	33.8
	オイル類	15.9	オイル類	14.2	オイル類	15.9	オイル類	15.9
	水系液類	15.5	水系液類	13.9	水系液類	15.5	水系液類	15.5
	代替フロン(HFC-134a)	0.8	代替フロン(HFC-134a)	0.8	代替フロン(HFC-134a)	0.8	代替フロン(HFC-134a)	0.8
	その他		その他		その他	9.1	その他	9.1
小計	108.5	小計	97.2	小計	117.6	小計	117.6	
合計	1380.0	合計	834.8	CF/EP	63.0	リチウムイオン電池	411.3	
				CF/PP	182.0	合計	1667.7	
				合計	820.2			
部品・車体製造時のエネルギー								
	単位	使用量	単位	使用量	単位	使用量	単位	使用量
揮発油	L	8.9	揮発油	7.4	揮発油	8.9	揮発油	5.8
灯油	L	23.7	灯油	19.6	灯油	23.7	灯油	15.6
軽油	L	5.3	軽油	4.4	軽油	5.3	軽油	3.5
A重油	L	63.7	A重油	52.7	A重油	63.7	A重油	41.8
B重油	L	0.3	B重油	0.2	B重油	0.3	B重油	0.2
C重油	L	11.7	C重油	9.6	C重油	11.7	C重油	7.6
炭化水素油	L	0.2	炭化水素油	0.2	炭化水素油	0.2	炭化水素油	0.1
LPG	kg	36.0	LPG	29.8	LPG	36.0	LPG	23.6
石油コークス	kg	0.1	石油コークス	0.1	石油コークス	0.1	石油コークス	0.0
石炭	kg	38.3	石炭	31.7	石炭	38.3	石炭	25.1
石炭コークス	kg	17.8	石炭コークス	14.7	石炭コークス	17.8	石炭コークス	11.7
LNG	kg	1.8	LNG	1.5	LNG	1.8	LNG	1.2
都市ガス	m ³	73.2	都市ガス	60.6	都市ガス	73.2	都市ガス	48.0
廃タイヤ	kg	1.7	廃タイヤ	1.4	廃タイヤ	1.7	廃タイヤ	1.1
電力	kwh	2365.2	電力	1956.6	電力	2365.2	電力	1550.7
走行時のエネルギー消費量(生涯走行距離10万km)								
逆燃費(L/km)		0.0793	逆燃費(L/km)	0.0466	逆燃費(L/km)	0.0457	逆電費(kwh/km)	0.1285
燃費(km/L)		12.6	燃費(km/L)	21.5	燃費(km/L)	21.9	燃費(km/kwh)	7.78
生涯ガソリン消費量(L)		7930	生涯ガソリン消費量(L)	4660	生涯ガソリン消費量(L)	4570	生涯電力消費量(L)	12850
							生涯充電電力量	15120
*逆燃費算定: $y=6E-05x-0.0035$ (T社カタログ値による)					*逆電費算定: $y=3E-05x+0.0785$			
y:逆燃費(L/km) x:車両重量(kg)								

4-3 インパクト 評価結果

4-3-1 特性化結果

(1) 地球温暖化への影響

特性化では、同一の影響領域に割り振られた複数の環境負荷物質が、当該影響領域に及ぼす寄与度の違いを考慮して、評価対象が及ぼす環境影響量について評価する。

その計算は、先に算出したインベントリ計算結果と特性化係数を用いて次式により行う。

$$CI_i = \sum_i CF_{i,s} \times LCI_s \dots \dots (4-1)$$

ただし、

CI_i : カテゴリインディケータ (影響領域における特性化結果)

$CF_{i,s}$: 特性化係数 (物質 s の環境領域におよぼす寄与度)

LCI_s : インベントリ計算結果物質 (物質 s の環境負荷量)

本式をもとに、例えば従来車における地球温暖化の特性化結果を示すと Table 4-3 のようになり、温暖化影響は CO₂ の他、わずかながら CH₄、N₂O、HFC-134a による影響もあることがわかる。

Table 4-1 従来車(スチール・ガソリン車)のインベントリ分析結果

入出力項目	ステージ	単位	全体	製造	使用	処分	ステージ間輸送計	
消費資源	Al(資源)	kg	1.21E+02	1.35E+02		-1.43E+01		
	Cr(資源)	kg	6.37E+00	6.31E+00		5.90E-02		
	Cu(資源)	kg	1.56E+01	2.34E+01		-7.87E+00		
	Fe(資源)	kg	1.44E+03	1.38E+03		5.71E+01		
	Mn(資源)	kg	9.88E+00	9.88E+00		3.55E-03		
	Ni(資源)	kg	2.84E+00	2.84E+00		-3.75E-05		
	Pb(資源)	kg	6.21E-01	4.10E+00		-3.48E+00		
	U(資源)	kg	3.30E-02	3.13E-02	1.16E-04	1.61E-03	2.66E-07	
	Zn(資源)	kg	8.71E+00	8.10E+00		6.10E-01		
	一般炭	kg	1.09E+03	1.12E+03	1.64E+00	-3.47E+01	3.02E-03	
	原料炭	kg	1.00E+03	9.65E+02		3.92E+01		
	原油(資源)	kg	6.65E+03	8.30E+02	5.85E+03	-4.51E+01	1.56E+01	
	天然ガス	kg	2.89E+02	2.90E+02	6.18E-01	-1.68E+00	1.41E-03	
	大気圏排出物	CO2	kg	2.68E+04	8.12E+03	1.92E+04	-5.01E+02	4.98E+01
As		kg	3.01E-05	2.81E-05	9.51E-08	1.84E-06	2.53E-10	
CH4		kg	6.23E-01	1.04E-01	5.19E-01	-2.50E-04	2.97E-07	
Cd		kg	2.49E-06	2.33E-06	7.86E-09	1.52E-07	2.09E-11	
Cr		kg	5.47E-05	5.12E-05	1.73E-07	3.34E-06	4.60E-10	
HFC-134a		kg	6.00E-01			6.00E-01		
Hg		kg	3.63E-05	3.40E-05	1.15E-07	2.22E-06	3.05E-10	
N2O		kg	6.35E-01	3.44E-01	3.09E-01	-1.88E-02	8.01E-04	
NMHC		kg	6.62E-02	6.20E-02	2.09E-04	4.04E-03	5.56E-07	
NOx		kg	6.50E+00	6.32E+00	6.15E-01	-4.35E-01	1.25E-03	
NOx(移動発)		kg	4.19E+00	2.38E+00	1.59E+00	1.90E-02	2.04E-01	
Ni		kg	6.15E-05	5.76E-05	1.95E-07	3.75E-06	5.17E-10	
Pb		kg	1.44E-04	1.35E-04	4.56E-07	8.79E-06	1.21E-09	
SO2		kg	8.50E+00	9.06E+00	2.61E-01	-8.18E-01	5.88E-04	
SOx		kg	1.32E+00	8.53E-01	4.39E-01	1.80E-02	1.02E-02	
炭化水素		kg	4.00E-01	3.43E-01	4.84E-02	-1.43E-03	9.24E-03	
水圏排出物		As	kg	6.45E-10			6.45E-10	
		BOD	kg	2.95E-02	2.26E-02		6.89E-03	
		COD	kg	2.27E-02			2.27E-02	
	Cd	kg	9.68E-11			9.68E-11		
	Cr	kg	1.94E-09			1.94E-09		
固形排出物	Hg	kg	6.45E-11			6.45E-11		
	がれき類(埋)	kg	5.06E+00	1.58E+00		3.48E+00		
	低レベル放射	kg	2.31E-02	2.19E-02	8.13E-05	1.13E-03	1.86E-07	
	土砂(埋立)	kg	2.60E+02	2.91E+02		-3.07E+01		
	廃プラスチック	kg	2.40E+00	7.96E-01		1.60E+00		
	汚泥(埋立)	kg	5.35E+02			5.35E+02		
	産廃・埋立廃	kg	5.81E+02	3.66E+01		5.44E+02		
鉱さい(埋立)	kg	2.91E+01	3.53E+01		-6.15E+00			

Table 4-2 電気自動車のインベントリ分析結果

入出力項目	ステージ	単位	全体	製造	使用	処分	ステージ間輸送計
消費資源	Al(資源)	kg	1.21E+02	1.32E+02		-1.15E+01	
	Co(資源)	kg	1.08E+01	5.49E+01		-4.41E+01	
	Cr(資源)	kg	1.22E+01	1.22E+01		5.37E-02	
	Cu(資源)	kg	5.44E+01	6.71E+01		-1.27E+01	
	Fe(資源)	kg	1.58E+03	1.52E+03		5.57E+01	
	Li(資源)	kg	1.27E+00	6.48E+00		-5.21E+00	
	Mn(資源)	kg	8.83E+00	8.83E+00		3.22E-03	
	Ni(資源)	kg	8.23E+00	8.23E+00		-3.66E-05	
	Pb(資源)	kg	5.95E-01	1.08E-01		4.87E-01	
	U(資源)	kg	2.05E-01	7.33E-02	1.29E-01	1.82E-03	4.94E-07
	Zn(資源)	kg	1.27E+00	3.37E-01		9.34E-01	
	一般炭	kg	3.07E+03	1.62E+03	1.47E+03	-2.48E+01	5.61E-03
	原料炭	kg	1.09E+03	1.05E+03		4.14E+01	
	大気圏排出物	原油(資源)	kg	1.43E+03	1.11E+03	2.73E+02	1.90E+01
天然ガス		kg	1.29E+03	6.05E+02	6.84E+02	2.55E+00	2.61E-03
CO2		kg	1.80E+04	1.12E+04	6.74E+03	-3.08E+01	9.24E+01
As		kg	1.93E-04	6.79E-05	1.23E-04	1.97E-06	4.69E-10
CH4		kg	3.18E-01	1.69E-01	1.44E-01	5.25E-03	5.50E-07
Cd		kg	1.59E-05	5.62E-06	1.02E-05	1.63E-07	3.88E-11
Cr		kg	3.51E-04	1.24E-04	2.24E-04	3.59E-06	8.53E-10
HFC-134a		kg	6.00E-01			6.00E-01	
Hg		kg	2.33E-04	8.20E-05	1.48E-04	2.38E-06	5.66E-10
N2O		kg	7.75E-01	4.92E-01	2.92E-01	-1.07E-02	1.49E-03
NMHC		kg	4.24E-01	1.50E-01	2.70E-01	4.35E-03	1.03E-06
NOx		kg	1.00E+01	7.50E+00	2.81E+00	-2.91E-01	2.31E-03
NOx(移動発)		kg	4.29E+00	3.09E+00	7.93E-01	2.89E-02	3.78E-01
Ni		kg	3.94E-04	1.39E-04	2.51E-04	4.04E-06	9.59E-10
Pb		kg	9.23E-04	3.25E-04	5.88E-04	9.46E-06	2.25E-09
SO2		kg	9.21E+00	9.56E+00	1.98E-01	-5.51E-01	1.09E-03
SOx		kg	2.28E+00	1.18E+00	1.07E+00	2.42E-02	1.89E-02
炭化水素		kg	6.18E-01	4.53E-01	1.47E-01	1.18E-03	1.72E-02
水圏排出物		As	kg	9.81E-10	9.81E-10		
	BOD	kg	5.85E-02	5.20E-02		6.43E-03	
	COD	kg	1.56E-02			1.56E-02	
	Cd	kg	1.47E-10	1.47E-10			
	Cr	kg	2.94E-09	2.94E-09			
固形排出物	Hg	kg	9.81E-11	9.81E-11			
	がれき類(埋)	kg	2.96E-01	3.06E-08		2.96E-01	
	低レベル放射	kg	1.43E-01	5.12E-02	9.05E-02	1.27E-03	3.45E-07
	土砂(埋立)	kg	2.59E+02	2.84E+02		-2.46E+01	
	廃プラスチック	kg	1.54E-08	1.54E-08			
	汚泥(埋立)	kg	3.67E+02			3.67E+02	
	産廃・埋立廃	kg	4.56E+02	3.57E+01		4.21E+02	
鉱さい(埋立)	kg	8.91E+01	7.35E+01		1.56E+01		

Table 4-3 特性化計算例 (従来車の温暖化影響)

物質名	単位	特性化係数	インベントリ計算結果	カテゴリインデキータ
		CF _{i,s}	LCI _s	CI _i
CO ₂	kg	1	2.68E+04	2.68E+04
CH ₄	kg	23	6.23E-01	1.43E+01
N ₂ O	kg	296	6.35E-01	1.88E+02
HFC-134a	kg	1300	6.00E-01	7.80E+02
合計				2.78E+04

同様の計算を、4車種のライフサイクル各段階毎に行った結果を Table 4-4 に示す。

従来車は製造段階で 8.2t, 使用段階で 19.3t, ライフサイクル合計で約 27.8t の温暖化ガス (CO₂ 当量) を排出する。これに対してアルミ車では製造段階で 9.9t と増加するが、使用段階で 11.3t と大幅に減少し、ライフサイクル合計では 21.4t と従来車より約 23% 温暖化ガス削減が可能である。

CFRP 車では製造段階で 8.0t, 使用段階で 12.4t と従来車より減少するものの、処分段階の埋立てで若干増加し、ライフサイクル全体では 22.1t と従来車の約 20% 減にとどまる。

これに対し電気自動車では、製造段階で 11.3t と従来車より 3.1t の温暖化ガス増加がある。これは主にバッテリー製造に余分のエネルギーを要すことに起因するが、使用段階においては 6.8t と従来車より温暖化ガス排出量は 1/3 程度に激減する。従ってライフサイクル合計では 15.7t で従来車の約 44% 低減となり、電動化による最優位性が明らかとなった。

本解析結果から、従来車に比べて軽量化、電動化することによって製造段階における温暖化ガス排出量は若干増加するものの、使用段階における大幅低減により、ライフサイクルでの排出総量が低減されることが分かる。温暖化ガス排出量の内訳をさらに明確化するために、製造時の素材 (電気自動車の場合はリチウムイオン電池を個別評価) による排出量を Fig.4-1 に、走行時における排出量を Fig.4-2 に示す。(以下、温暖化ガス排出量は

Table4-4 4車種の各段階における温暖化ガス排出量 (CO₂ 当量 (kg))

	製造	使用	処分	ステージ間輸送	合計
従来車	8.23E+03	1.93E+04	2.74E+02	5.00E+01	2.78E+04
アルミ車	9.92E+03	1.13E+04	8.87E+01	2.60E+01	2.14E+04
CFRP車	8.04E+03	1.11E+04	2.07E+03	6.43E+01	2.12E+04
電気自動車	1.06E+04	6.83E+03	-1.87E+03	8.10E+01	1.57E+04

CO₂ 当量と同等であり、表記は CO₂ 排出量として示した。)

両図から明らかなように、アルミ車ではアルミ素材の増量で精錬時の CO₂ 排出量が大幅に増え、鉄鋼起因の排出量は減るものの素材全体で約 1.5トン増加する。

CFRP 車では、鉄鋼、非鉄金属材料起因での CO₂ 排出量は減るものの、高分子材料起因量が大幅に増加し、従来車より約 0.3トン増となる。

電気自動車では、鉄鋼、非鉄、高分子材料起因の排出量は従来車とほぼ同等であるが、リチウムイオン電池の製造に伴う排出量約 4.0トンが上積みされ、4車比較で最も高い CO₂ 排出量となる。

次に、走行段階における CO₂ 排出量比較では、従来車の 19.2トンに対して、アルミ車が 11.4トン、CFRP 車が 11.9トン、電気自動車が 6.8トンと軽量化、電動化による温暖化負荷軽減効果が明確に現れている。特に電気自動車では従来車の 35% に低減されており、駆動エネルギーの変換効果が非常に大きいことが分かる。(但し、上記比較は、10・15モード走行での燃費データに基づいており、通常市中走行時の実燃費での比較では、さらに CO₂ 排出量差は拡大するものと推定され、詳細については後記、考察にて検討する。)

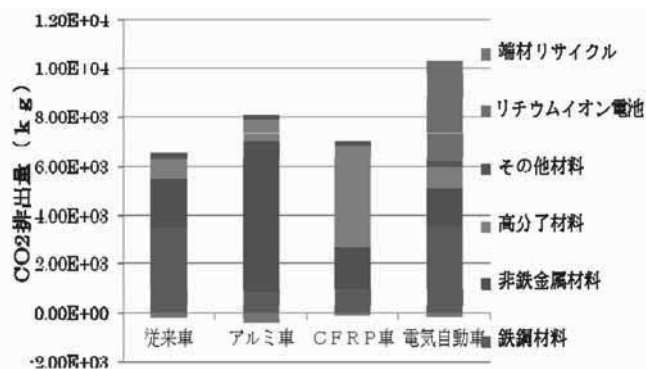


Fig.4-1 素材起因の CO₂ 排出量

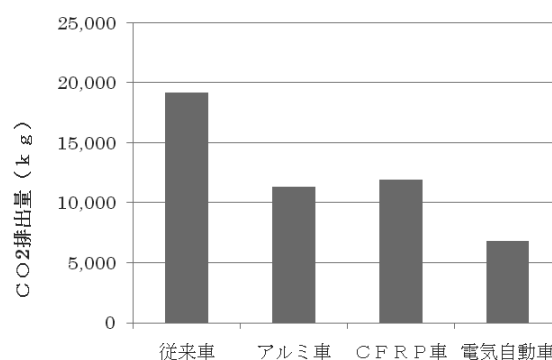


Fig.4-2 走行段階での CO₂ 排出量

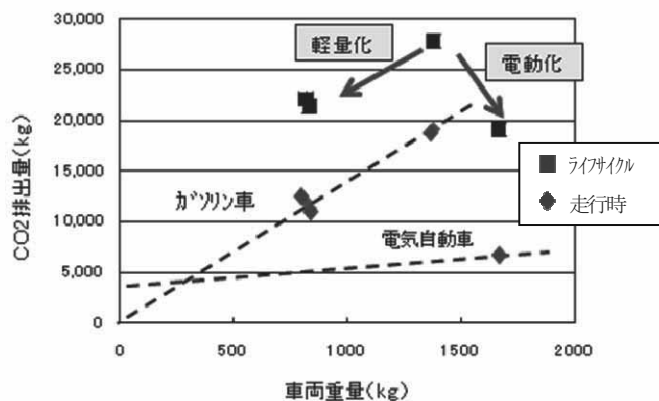


Fig.4-3 車両重量と CO₂ 排出量の関係

以上の結果を車両重量との関係で整理すると Fig.4-3 のようになる。走行時の CO 排出量は、ガソリン自動車の場合、ほぼ原点を通る直線で近似でき、電気自動車の場合、充電を完了するまでの既排出 CO₂ 量 3498kg・CO₂ を縦軸交差値（注、日本の電力構成では約 0.4456 CO₂/kwh であり、図 5-3 で示される縦軸交差値 7850kwh を乗じた値）とする直線で近似できる。

これによれば、電気自動車の場合、ガソリン車ほどには重量による CO₂ 排出量への影響はないことがわかる。電気自動車では電費あたりの CO₂ 排出量が少ないことに加えて、制動エネルギー、すなわち運動エネルギーが回収されることに起因しているものと思われる。

したがって、走行モードによる電費差もガソリン自動車程大きくはないものと推定される。

さらに Fig.4-3 の活用法として、今後軽量化、電動化を軸とした自動車設計を行う場合には、車両重量で決まる走行時 CO₂ 排出量に、製造等他のステージで排出される CO₂ 量を加えてライフサイクル CO₂ 量を推定することが出来、環境配慮型自動車の開発に有力な指針をもたらすことができる。

地球温暖化以外の主要な環境影響（酸性化、富栄養化、光化学オキシダント、廃棄物）について、従来車の特性化結果を 1 とした相対指数を Fig.4-4 に示す。

アルミ車はアルミ精錬段階における電力使用、水質汚濁により酸性化、富栄養化に関して環境劣化が生じ、燃費低減による NMHC 等の排出減により光化学オキシダントへの影響は軽減される。

CFRP 車は、酸性化、富栄養化に関しては従来車と変わらず、光化学オキシダントへの影響は低減、廃棄物は大幅増となっている。これは CFRP のリサイクル法が確立されていない現状を踏まえ、廃 CFRP をすべて埋立てす

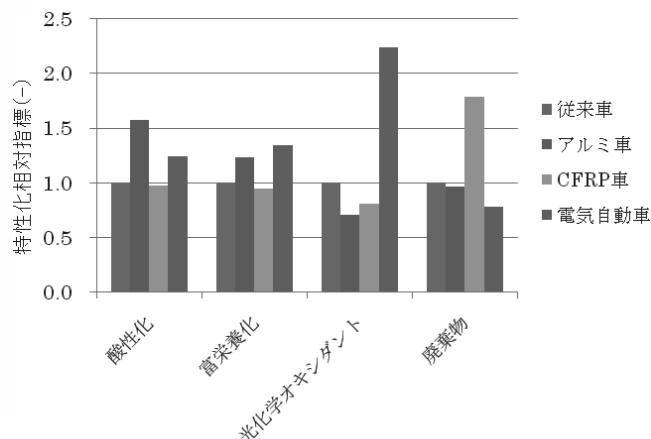


Fig.4-4 4 車種のその他環境影響

るとの前提で計算した結果である。

電気自動車は、酸性化、富栄養化への影響が若干悪化、光化学オキシダントへの影響が約 2.5 倍悪化している。これは火力発電比率の高い日本の電力構成で供給される電力を動力源としているため、今後、非化石エネルギーによる発電比率を増すことにより改善を図る必要がある。

7 考察

4 車種の LCA 評価結果から、軽量化、電動化によりライフサイクルにおける温暖化ガスの低減が可能であることが明らかとなった。これは走行段階における CO₂ 排出量の大幅低減に起因しており、特に電動化によるエネルギー変換、および駆動方式の効率化、制動エネルギーの回生による燃費向上効果によるものと思われる。そこで、ガソリン車と電気自動車に関して、走行段階に使用するエネルギー効率をより詳細に検討し、一次エネルギー消費量比較から本研究の結論の妥当性について考察した。

今、原油を一次エネルギーとして、これを精製、内燃機関燃焼して運動エネルギーに変えるガソリン車の場合と、これを発電、送電、充電、モータ駆動して運動エネルギーに変換する電気自動車の場合を想定して、各々のエネルギー効率を比較し、Table 7-1 に示した。

ガソリン車は、原油の精製、輸送、給油段階でのエネルギーロスが少ないが、エンジンでの摩擦、放散熱エネルギーが大きく、総合効率は 13.5% と非常に小さい。

一方電気自動車は、電力への変換効率が 39% と低く、充電までのエネルギー効率は約 30% と低いが、モーターでの動力変換効率は 98% と高く、さらに制動時に運動エネルギーを電気エネルギーとして回生できることが

Table 7-1 ガソリン車と電気自動車のエネルギー効率比較^{15) 16)}

ガソリン車		電気自動車	
行程	エネルギー効率	行程	エネルギー効率
精製～給油	90 %	発電	39 %
エンジン	15	送電	94
		充放電	83
		モーター	97
		制動回生	-8.1
総合効率	13.5	総合効率	32.1

大きな特徴である。回生制動エネルギーをハイブリッドカー・プリウスで実測したデータを Fig.7-1 に示す。同図より、10000km 一般走行において回収されるエネルギーは約 1127kwhと想定され、本研究 LCI データで想定した 10000km 走行での消費電力 12850kwh は回収電力を外数として含む値と考えることができる。

従って、回生エネルギー効率は 8.1%と算定され、総合効率は 32.1%と推定することができる。

以上より、原油を一次エネルギーとした場合のガソリン車と電気自動車のエネルギー効率の比較では、後者の方が 2.38 倍高いことが分かる。

次に、温暖化ガス排出量比較という観点からは、一次エネルギーの構成差による CO₂ 排出量差を明確化する必要がある。

日本の電力は、62.9%を化石燃料による火力発電、33.9%を原子力発電、3.1%を水力発電でまかなっている。これをもとに、ガソリン車と電気自動車の一次エネルギーの CO₂ 排出量を算定した結果を Table 7-2 に示す。同表より明らかなように、ガソリン車の一時エネルギーである原油の CO₂ 排出量は 0.0694 kg/MJ と、電気自動車の 0.0506 kg/MJ に比べて 1.37 倍大きいことがわかる。

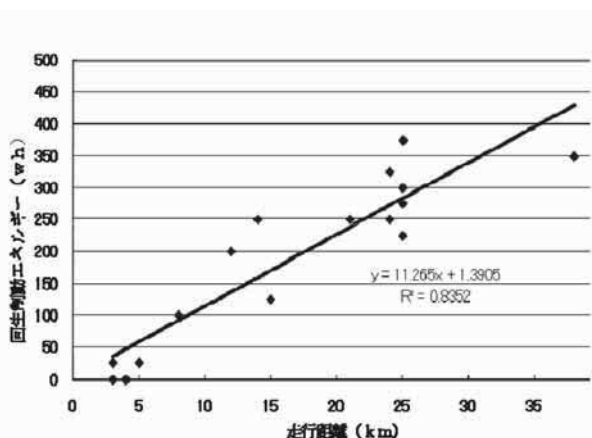


Table7-1 走行距離と回生制動エネルギーの関係

従って、電気自動車はガソリン車に比べて、エネルギー源の CO₂ 排出量が 1/1.37 少なく、エネルギー効率は 2.38 倍高いことから、総合して 1/3.26 すなわち約 31% の CO₂ 排出量に留まることが理解できる。

本検討結果は、LCA 評価結果から得られた電気自動車走行時の CO₂ 排出量が 35% に低減されるという結論と非常に近似しており、本研究による解析結果の正当性が裏づけられた。

Table 7-2 ガソリン車と電気自動車の一次エネルギー源の CO₂ 排出量比較

	発熱量	CO ₂ 排出量	MJ 当り CO ₂ 排出量
原油	38.2 MJ / l	2.65 kg / l	0.0694 kg / MJ
電力源	9.26 MJ / kwh 発電端	0.446kg / kwh	0.0506 kg / MJ

8 結 言

環境問題では喫緊の課題とされる地球温暖化問題に多大な影響を及ぼしている運輸部門、特に乗用車の環境特性について、LCA 手法を用いて解析を行い、環境配慮型自動車の将来方向について考察した。

温暖化ガス排出低減対策として、軽量化、電動化効果に注目し、軽量化を具現化できる乗用車の軽量素材として、主要部材のアルミニウム化、CFRP 化を、また電動化を具現化する乗用車としてリチウムイオン電池を搭載した電気自動車を想定して LCA 評価を行い以下の結果を得た。

- 2000cc, 5 人乗りセダン従来乗用車の温暖化ガス(CO₂ 当量) 排出量は製造段階で 8.2t, 使用段階で 19.3t, ライフサイクル合計で約 27.8t と算定された。
- アルミ車では製造段階で 9.9t と増加するが、使用段階で 11.3t と大幅に減少し、ライフサイクル合計では 21.4t と従来車より約 23% 温暖化ガス削減が可能である。
- CFRP 車では製造段階で 8.0t, 使用段階で 11.1t と従来車より減少するものの、処分段階で若干増加し、ライフサイクル全体では 19.6t と従来車の約 29% 減となる。

このようにアルミ車、CFRP 車は素材製造段階で CO₂ 発生増をまねくものの、軽量化による走行時燃費向上効果により、温暖化ガスの約 25% 低減が図れること

が分かった。

- 4) これに対し電気自動車では、製造段階で 11.3t と従来車より 3.1t の温暖化ガス増加がある。これは主にバッテリー製造に余分のエネルギーを要すことに起因するが、使用段階においては 6.8t と従来車より温暖化ガス排出量は 1/3 程度に激減する。従ってライフサイクル合計では従来車の約 44% 低減となり、電動化による最優位性が明らかとなった。
- 5) 電気自動車の走行時排出 CO₂ 大幅減の理由は、①一次エネルギーの化石燃料比が低い、②発電～充電～駆動と、使用に至るまでのエネルギー効率がよく、かつ制動エネルギー回収が可能であることに起因している。

以上の検討により、乗用車の温暖化ガス排出低減にむけての将来方向は、軽量化より電動化への志向が正しいことが、明らかになった。

参考文献

- 1) 環境省：2008 年度（平成 20 年度）温室効果ガス排出量について
<http://www.env.go.jp/earth/ondanka/ghg/index.html>
- 2) 小林 紀：自動車を取りまく環境問題、(社)日本自動車工業会
<http://www.jama.or.jp/lib/jamagazine/199806/01.html>
- 3) アルミニウム集約型自動車のライフサイクル省エネルギーポテンシャル
Strodolsky F; US DOE Report1995, ANL-ES-CP 87358
- 4) 吉岡理文他：プロセス関連モデルを用いた LCA 手法の検討, エネルギー資源学会研究発表会講演論文集 V15th49-54 '96
- 5) アルミニウムの活用による機械工業の省エネに関する調査研究報告書、(社)日本アルミニウム連盟, 1999
- 6) 自動車アルミ化の理想状態における軽量化効果の LCA 評価, 産業技術総合研究所, 2005
- 7) 鈴木徹也：運輸部門のエネルギー消費構造分析に基づく材料関連省エネルギー技術の効果に関する研究, 東京大学博士論文 H17
- 8) 中野諭：電気自動車 ELIICA の LCA, KEO Discussion Paper No.112, 2008
- 9) 安住慎太郎：電気自動車の LCA 研究, プロジェクト研究報告 鳥取環境大学 H17
- 10) (社)産業環境管理協会：ライフサイクルアセスメント 実施支援ソフトウェア「JEMAI-LCA Pro」, JEMAI-LCA Pro 用オプションデータパック
- 11) わが国の自動車保有動向：(財)自動車検査登録情報協会
<http://www.airia.or.jp/number/index2.html>
- 12) 西村一彦, 内山洋司：リチウム電池搭載 EV 製造時の環境負荷の評価と比較, 第 3 回エコバランス国際会議講演集, p.295-298 (1998)
- 13) 船崎敦, 種田克典：「自動車 LCA のためのインベントリ作成の考え方(4) - ライフサイクルにおける車両構成材料の物質フロー」, 自動車研究第 23 巻第 10 号, 日本自動車研究所 (2001.10) pp46-53
- 14) NEDO：「平成 14 年度製品等ライフサイクル環境影響評価開発成果報告書」(2003)
- 15) 国立環境研究所：環境 NO 儀 持続可能な交通への道 環境負荷の少ない乗り物の普及をめざして,
<http://www.nirs.go.jp/kankyo/kankyogi/11/10-11.html>
- 16) 白鳥 敬；月間基礎知識 2005.11,
www.jiyu.co.jp/GN/cdv/backnumber/200511/topics02/topic02_02.html

単純適応制御をベースとする実用的コントローラ

梶谷満信*, 新海竜也**, 小林真也*

(2011年9月30日受理)

The Practical Controller Based on Simplified Adaptive Controller

Mitsunobu Kajitani, Tatsuya Shinkai, Shinya Kobayashi

(Received September 30, 2011)

Abstract

The controller for practical system is usually composed of the tables for feed-forward compensation and PID controller for feed-back compensation. To bring out the required performance on all of the conditions by using this controller, the many tables are required, and further more it takes a lot of time to calibrate the many tables and PID controller.

To correspond to these problems, the various theories such as the robust control and robust adaptive control are proposed. In this paper, the practical controller based on the modified simplified adaptive control is written, which makes it possible not only to meet the required performance but also to eliminate the try and error calibration of tables and PID controller.

Key Words: Servo Motor, Controller, Robust Control Adaptive Control,

1. 緒言

実用に供されているコントローラの多くは、フィードフォワード(以下FF)を多くのテーブルで、フィードバック(以下FB)をPID制御で構成している。エンジン制御も然りである。このコントローラを用いてあらゆる条件で要求性能を満たすには、多くのテーブルを必要とし、かつテーブルおよびPIDゲインの適合に多大な時間を要する。

この課題に対応するために、ロバスト制御,ロバスト適応制御などの様々な制御理論が提案されている。ここでは、ロバスト適応制御の中で、とても簡単な構成である単純適応制御(以下SAC:Simple Adaptive Control)をベースに改良を加えることで、要求性能を満たし、かつテーブルと試行錯誤の適合も排除できる実用的コントローラの基礎を構築できたので報告する。

2. SACの概要と実用化するにあたっての問題

SACの基本構造はFig.1に示すように、次の三つの入力で構成されている⁽¹⁾。

- ① u_r : 目標値 R に適応ゲイン k_r を乗じた入力
- ② u_x : 所望応答を示す規範モデルの状態量 $x_m(t)$ に適応ゲイン k_x を乗じた入力
- ③ u_e : 規範モデルの出力 $y_m(t)$ と実際の出力 $y(t)$ との偏差 $e(t)$ に適応ゲイン k_e を乗じた入力

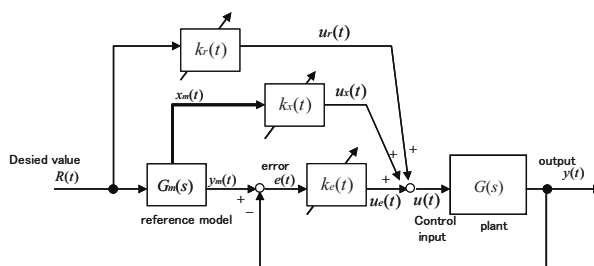


Fig.1 Fundamental SAC

* 愛知工科大学工学部, 〒443-0047 愛知県蒲郡市西迫町馬乗 50-2
Faculty of Engineering, Aichi University of Technology, 50-2 Manori, Nishihama-cho, Gamagori 443-0047
** ダイヤモンド電機株式会社, 〒532-0026 大阪市淀川区塚本 1丁目 15番 27号
Diamond Electric Mfg.Co.,Ltd, 11-1527, Tsukamoto, yodogawa-ku, Osaka, 5302-0026

このように、制御対象 $G(s)$ のパラメータを適応させなければならないMRACSと比べると、適応項が少ないとても単純な構成である。従って、設計を要する項目も少なく、大きく言うと次の三つだけである。

- ① 規範モデル $G_m(s)$
- ② 規範モデルの状態量 $x_m(t)$
- ③ 適応ゲイン

①の規範モデルについては、多くの実用的な設計法がある⁽²⁾。しかし、②の規範モデルの状態量と③の適応ゲインの設計法には、次のように問題がある。

● 規範モデルの状態量 $x_m(t)$

規範モデルの伝達関数 $G_m(s)$ から状態量 $x_m(t)$ を求めるには、 $G_m(s)$ を状態方程式に変換しなければならない。しかし、周知のようにこの変換は一義的に決めることができないという問題がある。

● 適応ゲイン

基本となる適応則は他の適応制御と同様に、偏差 $e(t)$ を教師信号として計算される次式の積分型適応則である⁽¹⁾。

$$\dot{\hat{K}} = -\Gamma \cdot \zeta(t) \cdot e(t) \quad (1)$$

ただし、 K : 適応ゲイン

$$\hat{K} = \text{diag}[\hat{k}_r \ \hat{k}_x \ \hat{k}_e]$$

Γ : 適応速度

$$\Gamma = \text{diag}[g_r \ g_x \ g_e]$$

ζ : 信号ベクトル

$$\zeta = [R \ x_m \ e]$$

e : 偏差

$$e = y - y_m$$

この式を適応ゲイン \hat{k}_e について書き改めると、次式のようになり $e(t)^2$ 項で更新されるため、 \hat{k}_e は単調増加という問題が起こる⁽³⁾。

$$\dot{\hat{k}}_e = -e(t) \cdot g_e \cdot e(t) = -g_e \cdot e(t)^2$$

本論文では、これらの問題に対応する実用的な設計法について、DCモータ回転速度制御を事例として報告する。

3. DCモータ回転制御の実験装置とモデリング

3.1 実験装置

実験装置の概観をFig.2に示すが、PC,USBインターフェースおよび実験ボードで構成されている。プログラムの編集と実装をPCで行い、入出力のI/OはUSBインターフェースを介して行われる。実験ボードには、DCモータ駆動AMP,DCモータ,角速度を検出するためのパルスエンコーダなどが集約されて搭載されている。

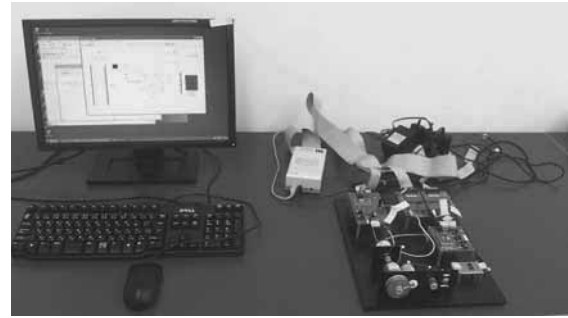


Fig.2 DC-motor Speed Control Experimental System

3.2 モデリング

コントローラ設計に用いるモデルは、グレーボックスモデリングの手法で同定を行った。

具体的には、モデル構造は物理的に求めた次式の構造とし、パラメータは、M系列信号の入力電圧を印加して得られた回転をもとに、MATLABのIdentification Tool Boxを用いて同定を行った。

$$G(s) = \frac{b_0}{s^2 + a_1s + a_0} \quad (2)$$

その結果をFig.3aとFig.3bに示す。前者はステップ応答、後者はボード線図である。また、図中にはコントローラ設計に用いたノミナルモデルだけでなく、性能検証に用いた上下限モデルも合わせて示した。

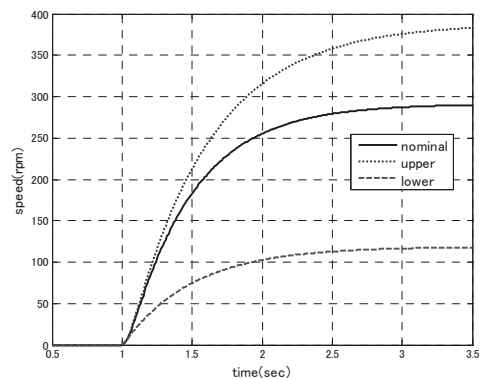


Fig.3a Step response

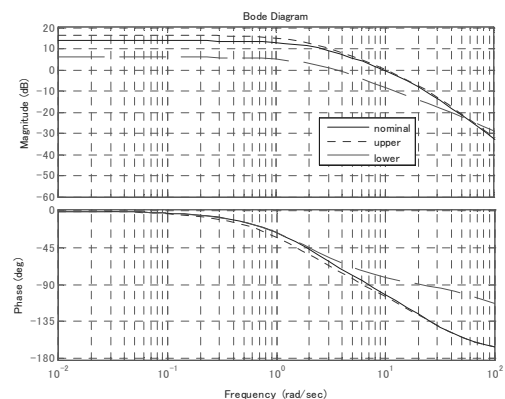


Fig.3b Bode diagram

4. 規範モデル $G_m(s)$ および状態量 $x_m(t)$ の設計

4.1 設計

(1) 所望応答 $G_m(s)$ の設計

前述したように、規範モデルには多くの参考になる設計指針がある。ここでは、過応答を許容しない次の二次の二項標準系とした⁽²⁾。なお、二次とした理由は次項の適応部で説明する。

$$G_m(s) = \frac{\omega_m}{(s + \omega_m)^2} \quad (3)$$

応答を決める ω_m は、**Fig.3a**のステップ応答における時定数のおよそ1/2の時間で目標値および外乱に対して収束できるように7.5に設定した。

(2) 状態量 $x_m(t)$ の設計

Fig.1のSACの構造を見直すと、 u_r と u_s より構成されるFF項と u_e のFB項からなる2自由度制御とみなすことができる。そこで、 u_r と u_s でFF補正を構成することを考え、次のように設計した。

- 目標値 R が一定なので、 u_r はオフセット補正として機能させる。
- u_s は過渡の遅れ補正として機能させる。そのために、規範モデルの状態量 $x_m(t)$ は $G_m(s)$ を状態方程式に変換せず、次式の逆モデルとした。

$$x_m(s) = \frac{G_m(s)}{G(s)} = \frac{\omega^2(s^2 + a_1s + a_0)}{b_0(s^2 + 2\omega s + \omega^2)} \quad (4)$$

4.2 コントローラ

この設計方法に基づいてSimulinkで構成したコントローラを**Fig.4a**に示す。A部は式(3)の所望応答 $G_m(s)$ 、B部は式(4)の状態量 $x_m(s)$ である。また、C部は式(1)

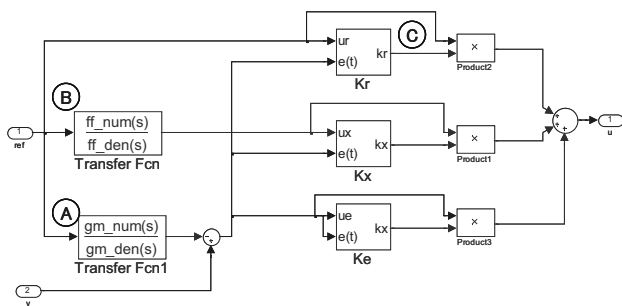


Fig.4a 1st Modified SAC

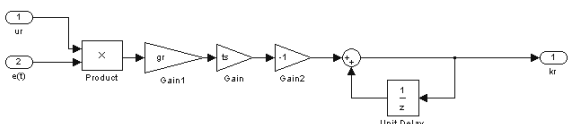


Fig.4b Adaptive gain k_r

に基づいて構成した**Fig.4b**の適応ゲイン k_r をサブシステム化したものである。なお、適応ゲイン k_x 、 k_e は同様なので記述を省略する。

4.3 シミュレーションによる性能検証

Fig.4aのコントローラの性能をシミュレーションで検証した結果を説明する。なお、適応ゲインの初期値は次のように設定した。

- ・ k_r および k_e の初期値は、 $x_m(s)$ による過渡補正はノミナルモデルに対して正しいと考えられるので、それぞれ0.0と1.0とした。
- ・ k_e の初期値は、FB項の u_e のみで補正すると考えて、定常ゲインの逆数 a_0/b_0 の大きさとした。

1) 適応性能について

適応速度を変えたときの状況を**Fig.5a**、**Fig.5b**に示す。いずれも1サイクルで適応を終えるように設定したもののだが、前者は過渡時の適応を抑制する小さな適応速度(0.001)の場合、後者は過渡時も積極的に適応させる大

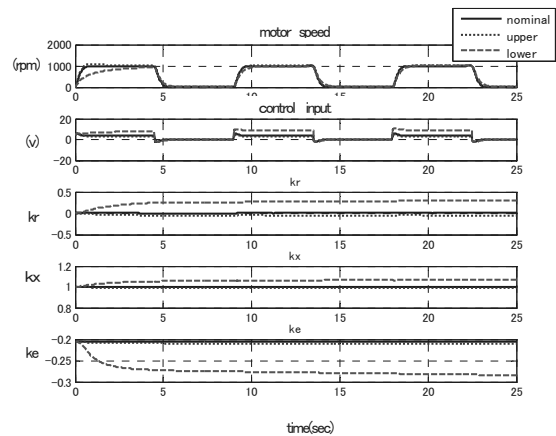


Fig.5a Adaptive performance of 1st modified SAC (adaptive speed=0.001)

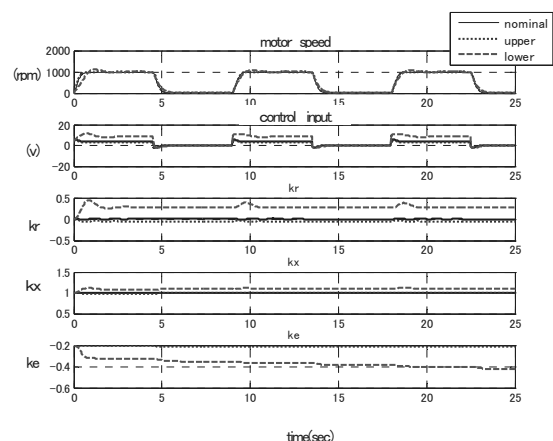


Fig.5b Adaptive performance of 1st modified SAC (adaptive speed=0.01)

きな適応速度(0.04)の場合である。

- 目標値追従性能は何れの場合も第2サイクルでほぼ安定している。
- しかし、適応ゲインは何れの場合も以下に述べるように収束していない。
- ・ k_e は目標値が変わる過渡毎に低減している。これは冒頭で述べたように e^2 で更新されるためである。
- ・ k_r は目標値が変わる過渡毎に増加し、 k_x は低減している。これは $x_m(s)$ が過渡の遅れ補正だけでなくオフセット補正も含むためと考える。

2) 適応後の制御性能について

適応後の性能を Fig.6a および Fig.6b に示す。前者は適応速度が小さい(0.001)場合、後者は大きい(0.01)場合である。

- 適応速度が小さい場合、過渡時の適応が抑制されているので、目標値応答は良好だが外乱応答が遅い。
- 適応速度が大きい場合、過渡時の適応で目標値および外乱の両応答において過応答が発生している。

以上より、課題を整理すると次のようになる。

①過渡毎の適応進行抑制

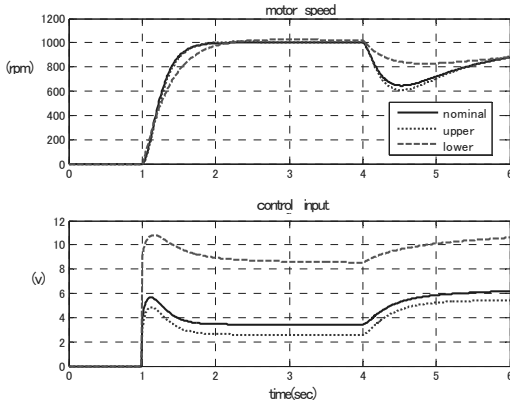


Fig.6a Control performance of 1st modified SAC (adaptive speed=0.001)

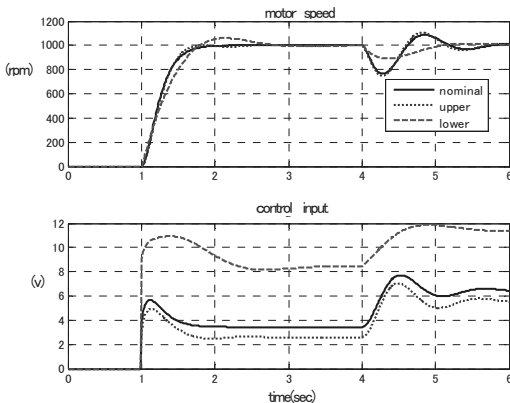


Fig.6b Control performance of 1st modified SAC (adaptive speed=0.01)

②目標値と外乱の両方の所望応答を満たす適応ゲインの初期値と速度の設計

5. 適応部の設計法

前項で述べたように、適応部に二つの課題がある。ここでは、これらの課題への対応方法を述べる。

5.1 課題①(過渡毎の適応進行抑制)

適応ゲインが安定しない原因は過渡時の過適応にある。その対策として σ 修正法⁽³⁾などの様々な提案があるが、実用的には不十分と考える。

ここで、Fig.3bのボード線図をみると、所望応答を考慮した制御帯域($\sim 60\text{rad/sec}$)においては、低周波のゲインが大きい場合、過渡特性である高周波のゲインも大きいことが分かる。そこで、単純ではあるが定常時のみ適応を働かせることを基本として対策を行うようにした。この考えに基づいて Simulink で構成したコントローラを Fig.7a に示すが、変更点は次のとおりである。

- 適応項はオフセット項の k_e のみ(A部)

k_r は過渡補正項が正しいと考え 1.0 で固定し、 k_e は次項で述べる設計法で固定値としている。

- 目標値変更の過渡時のみ適応禁止(B部) 外乱収束性能を確保するために、目標値変更の過渡時のみ適応を停止するように B 部を設定した。この詳細を Fig.7b に示すが、出力 y とローパスフィルターをとおした出力との差が閾値を超えたときに過渡であると判定し、偏差 $e(t)$ をクリアしている。なお、

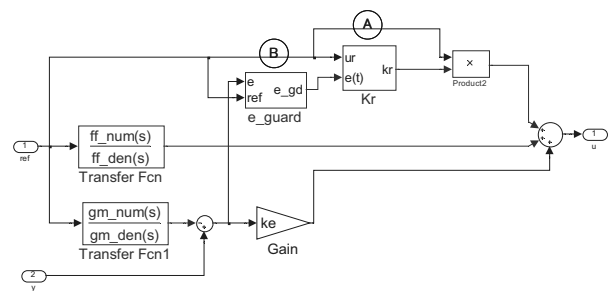


Fig.7a 2nd Modified SAC

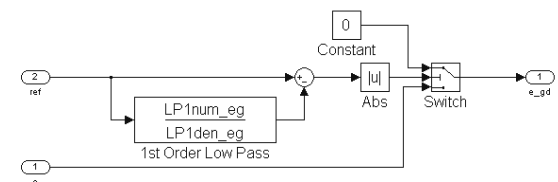


Fig.7b Guard against transient error

外乱による過渡時の過適応は次項で述べる k_r の適応速度の設計で吸収している。

5.2 課題②(適応ゲインの初期値と速度の設計)

理屈で決める設計法を明確にしなければならないのは、次の二つである。

- 適応ゲイン k_r の適応速度を決める g_r
- 固定のFBゲイン k_e の初期値

この二つのゲインで構成されるFBコントローラの部分を抽出して Fig.8 に示す。

このコントローラの入力 $u(t)$ は次式で表すことができる。

$$u(t) = u_p + u_r = -k_e \cdot e(t) - g_r \cdot R^2 \int e(t) dt \quad (5)$$

式(5)より、このコントローラは比例ゲイン k_e 、積分ゲイン $g_r \cdot R^2$ のPI制御とみなすことができる。そこで、過渡時の過適応を回避できるように、閉ループの外乱応答を所望応答に一致させるモデルマッチング法で g_r と k_e の設計を行った。具体的には次の通りである。

- 所望応答は前述の次式とする。

$$G_{md}(s) = \frac{\omega_m^2}{s^2 + 2\omega_m s + \omega_m^2} s = \frac{1}{\frac{1}{\omega_m^2} s^2 + \frac{2}{\omega_m} s + 1} s \quad (3)$$

- 式(4)で表現されるPI制御の閉ループの外乱応答は次式で表される。

$$G_{yd}(s) = \frac{b_0}{s^3 + a_1 s^2 + (a_0 + b_0 \cdot k_e) s + b_0 \cdot g_r \cdot R^2} s$$

$$= \frac{\frac{1}{k_i}}{\frac{1}{b_0 k_i} s^3 + \frac{a_1}{b_0 k_i} s^2 + \frac{a_0 + b_0 k_e}{b_0 k_i} s + 1} s \quad (6)$$

この両式の応答を決める分母多項式に着目して、係数比較を行うことで次式の g_r と k_e を得ることができる。なお、式(6)の三次の項は影響の少ないため無視した。

$$g_r = \frac{a_1 \cdot \omega_m^2}{b_0 \cdot R^2} \quad (7a)$$

$$k_e = \frac{2a_1 \cdot \omega_m - a_0}{b_0} \quad (7b)$$

式(7a)より、適応速度 g_r は目標値 R に対して可変にする必要がある。そこで、適応部は Fig.9 のように改めた。

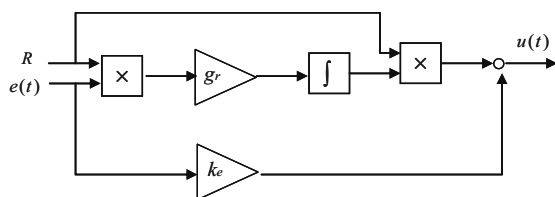


Fig.8 Feedback Controller composed of k_r , k_e

5.3 シミュレーションによる性能検証

Fig.7a のコントローラの性能をシミュレーションで検証した結果を説明する。

1) 適応性能について

適応性能を Fig.10 に示す。適応ゲイン k_r は第1サイクルの定常に入った段階で速やかに適応を完了し、その後も安定している。速やかに適応を完了しているのは、式(7a)より分かるように、適応速度を決める g_r がモデル特性および目標値の事前情報を反映していることによるものである。また、安定しているわけは、言うまでも無いが、適応を定常のみに限定しているためである。

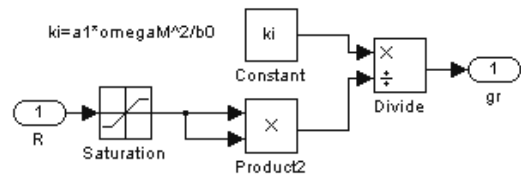


Fig.9 Modified Adaptive gain k_r

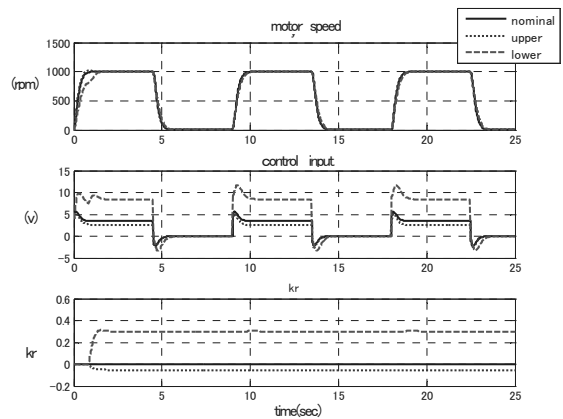


Fig.10 Adaptive performance of 2nd modified SAC <simulation results>

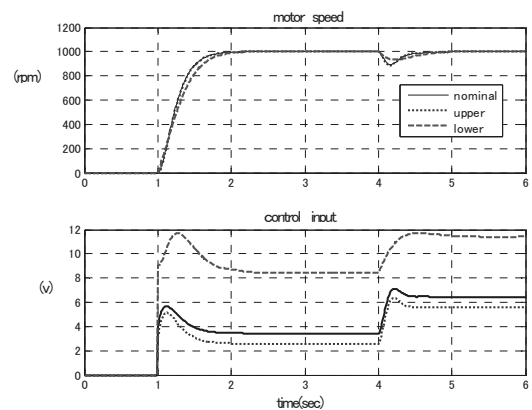


Fig.11 Control Performance of 2nd modified SAC <simulation results>

2) 適応後の制御性能について

適応後の制御性能を Fig.11 に示す.

目標値応答も外乱応答も、下限モデルにおいては少し遅い応答だが、ほぼ設計の狙い通りの時間で過応答なく収束できている。これは、適応速度をモデルマッチング法で適切な値に設定したことによるものと考えられる。

5.4 実験による性能検証

Fig.7a のコントローラの性能を実機で検証した結果を説明する.

1) 適応性能について

目標回転を 800rpm として適応させたときの性能を Fig.12 に示す. 過渡時に適応ゲイン k_r の僅かな動きは見られるが、シミュレーション結果と同様に、第 1 サイクルの定常に入った段階で速やかに適応を完了し、その後は安定している.

2) 適応後の制御性能について

まず、目標回転を 800rpm として適応させた後に、目標回転を 1000rpm, 600rpm と変えたときの目標値追従性

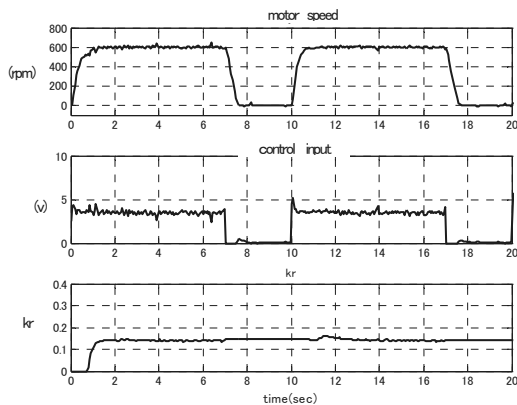


Fig.12 Adaptive performance of 2nd modified SAC<experimental results>

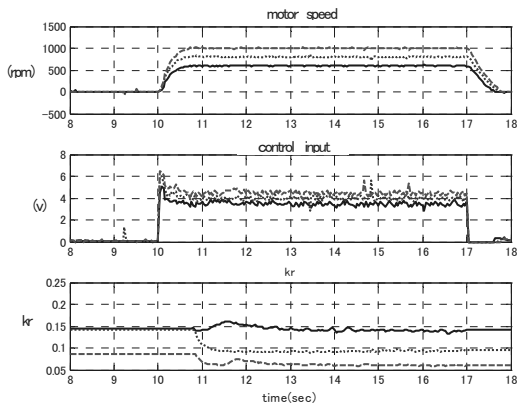


Fig.13a Control performance of 2nd modified SAC <experimental results>

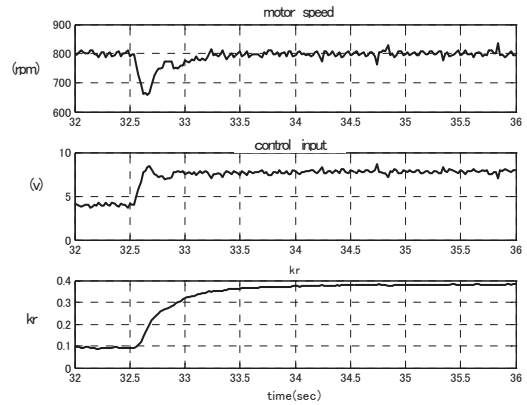


Fig.13b Control performance of 2nd modified SAC <experimental results>

能を重ねて Fig.13a に示す. シミュレーション結果と同様に、ほぼ設計の狙い通りの時間で過応答なく収束できている.

次に、前述の目標回転を 800rpm として適応させた後に、外乱を加えたときの外乱収束性能を Fig.13b に示す. シミュレーション結果と同様に、ほぼ設計の狙い通りの時間で過応答なく収束できている.

6. まとめ

(1) SAC をベースに次の改良を加えることで、要求性能を満たし、かつテーブルと試行錯誤の適合も排除できる実用的コントローラの基礎を構築できた.

- ①規範モデルの状態量は逆モデルとする
- ②適応は定常に限定する
- ③適応速度はモデルマッチング法で設定する

(2) 実用化にあたっては、更に下記点の詰めが必要である.

- ・非線形なモデル化誤差に対する性能検証
- ・外乱による回転落ち込みの更なる低減

参考文献

- (1) 岩井善太ほか, “単純適応制御”, 森北出版, 2008
- (2) 加納学, “運転データを用いる直接的 PID 制御パラメータ調整”, 研究メモ, 2009
- (3) 鈴木隆, “アダプティブコントロール”, コロナ社, 2001

気象衛星 NOAA の理科教育利用

松浦 龍*, 名和靖彦**, 相木国男**

(2011年9月30日受理)

Educational Use of the Weather Satellites NOAA

Ryo Matsuura*, Yasuhiko Nawa**, Kunio Aiki**

(Received September 30th, 2011)

Abstract

Three types of Home-built antennas adapted for right-hand polarized APT wave and kit-built FM receiver with the frequency range modified was used in addition to the general coverage receiver. Weather images were reproduced by WXtoImg software. Observed Electro-Motive Force (EMF) from the antenna output was about $0.3\mu V$ when the NOAA elevation was 0° , and increased up to $5\mu V$ at the maximum elevation of 90° . The image quality degraded when the satellites elevations were below 10° , corresponding EMF below $0.6\mu V$. Image resolution pixel-size was found to be 3-4km for longitudinal-direction and 3.08km for latitudinal-direction. It is easy for the junior students to construct the setup and to reproduce weather images. Satellite NOAA can be used in the wide field science education program.

キーワード: 気象衛星, NOAA, 理科教育

Keywords: Weather Satellite, NOAA, Science Education

1. はじめに

気象は生活に密接した大切な現象である。米国の気象衛星 NOAA は、APT と HRPT の2つのモードでデータを送信している。APT 信号は、誰もが簡単な設備で受信でき、その時々地表データを画像にできる。NOAA の受信や解析を行う中で、衛星の運行や追尾、信号の受信と画像処理などの仕組みや気象現象の理解など、広い分野で基礎的な理科教育に役立てることが出来き、これまでも多くの実施例¹⁻⁴⁾がある。本研究は、学生が自らの手でアンテナや受信機を製作し、受信信号を画像化する過程で、広範囲な知識や技術を身につけることを目的とする。

2. 気象衛星と受信解析

2.1 気象衛星 NOAA

気象衛星 NOAA は、アメリカ海洋大気圏局が運用し、気象をはじめ、オゾン層、海流、海面温度、植生、火山活動などの地球観測に用いられている。Table1 に示す NOAA15,16,18,19 の4機が現在稼働している³⁾。これら

Table1 稼働中の NOAA の諸元

NOAA	高度 (km)	周期 (分)	APT (MHz)	HRPT (MHz)
15	807	101.1	137.62	1702.5
16	849	102.1	—	1698
18	854	102.12	137.9125	1707
19	870	102.14	137.1	1698

* 愛知工科大学 博士前期過程, 〒443-0047 愛知県蒲郡市西迫町馬乗 50-2 Graduate school, Aichi University of Technology, 50-2 Manori, Nishihazama-cho, Gamagori 443-0047, Japan

** 愛知工科大学工学部, 〒443-0047 愛知県蒲郡市西迫町馬乗 50-2 Faculty of Engineering, Aichi University of Technology, 50-2 Manori, Nishihazama-cho, Gamagori 443-0047, Japan



Fig.1 APT 信号受信の仕組み

の気象衛星は、地球の両極上を円軌道で周回している。

APT は、衛星に搭載された 6 つの光学センサの中から 2 つのセンサ信号を VHF 帯の FM アナログ変調で、地表情報データとして送信するモードである。地表分解能公称値は 4.0km である。HRPT は、マイクロ波帯デジタル変調で、5 つの光学センサ信号を地表上のデータとして送信するモードである。地表分解能公称値は 1.1km である。

2.2 気象画像の観測

APT 信号は、工学部の学生が扱える比較的簡単な設備で受信が可能である。その構成を Fig.1 に示した。必要機材は、アンテナ、FM 受信機、パソコンである。他に CALSAT などの衛星追尾ソフト⁵⁻⁷⁾と受信信号を画像処理するソフト WXTtoImg^{8,9)}がある。いずれも無償ソフトとして入手できる。

アンテナは無指向性の右旋偏波対応が望ましい。受信機のカットオフ周波数は 30kHz が望ましいが、無線通信用の 15kHz(N-FM) や FM 放送用の 100kHz(W-FM) でもよい。HRPT の受信には、直径 1.5m のパラボラアンテナでの追尾やデジタル信号の復調など高度な技術が必要である。



Fig.2 自作アンテナの例
左: ターンスタイル型, 右: QFH 型

3. 実験方法

3.1 受信と画像処理

(i) 衛星の追尾

追尾ソフト (CAL SAT, KSAT, NOVA など) を用いて衛星の飛来時刻 (出現: AOS, 没: LOS), 方位や仰角, 可視範囲などを得た。

(ii) アンテナ

姿勢変動する衛星との通信には偏波の影響のない円偏波が用いられる。APT 信号は右旋円偏波で送られるので、これに対応する 3 種のアンテナを自作して用いた。他に既製品のディスコーン型広帯域アンテナも比較のため使用した。アンテナは Fig.2 に示すように、標高 70m の愛知工科大学 6 号館 8 階建屋上、地上高 35m の所に設置した。

(iii) 受信機

主な観測にはバンド幅 30kHz の既製受信機 AOR 製 AR5000 および 15kHz 幅の Standard 製 R5000 を用いた。他に 4 種の自作受信機でも観測した。アンテナと受信機の間利得 40dB のプリアンプを挿入して効果を調べた。

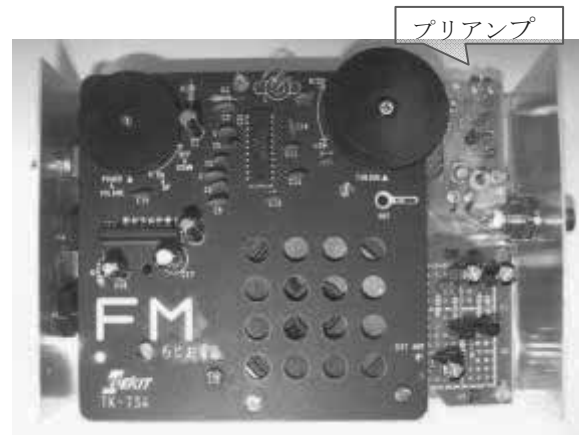


Fig.3 FM ラジオキットを改造した例



Fig.4 6号館7階受信室

(iv) 画像処理

受信機からの音声出力信号を APT 信号処理ソフト WXtoImg をインストールしたパソコンのマイク端子に入力し、画像処理(増強 :Enhancement) を施して疑似可視画像、海面温度画像などをパソコンの画面上に表示させた。

3.2 受信機の製作

FM 受信機用 IC を使用し、137MHz 帯が受信できるように受信周波数を変更した。FM ラジオキットを利用した例を Fig.3 に示す。感度不足を補うため、利得 40dB のプリアンプを付加した。最近になって NOAA レシーバキットが入手できるようになった¹⁰⁾。

3.3 その他の実験

愛知工科大学 6 号館 7 階の受信室を Fig.4 に示した。スペクトルアナライザ(HP と ADVANTEST) と標準信号発生器(アンリツ MG655A) は電波強度の測定や受信機の調整に使用した。

画像観察の他、アンテナに誘起される起電力の測定、画像のフレーム構成、解像度、画質などを調べた。

4. 結果と考察

4.1 走査信号の観察

2011 年 2 月 4 日に観測した NOAA19 号の Normal(増強処理なし) 画像を Fig.5 に示した。観測時刻は昼間帯

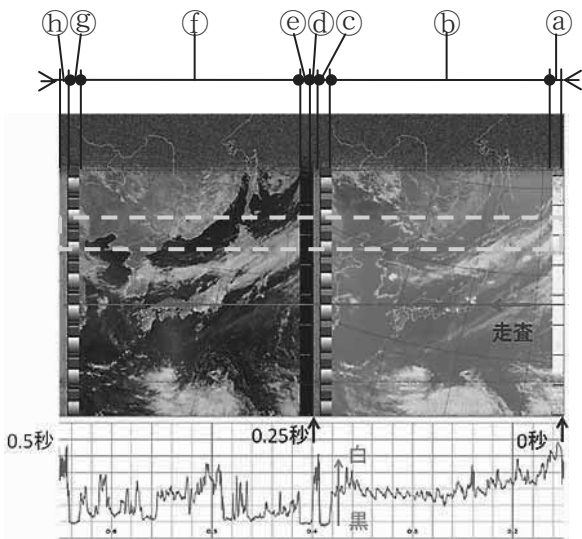


Fig.5 Normal 画像
1 走査線(画像中の矢印付実線) とその走査信号(画像下のグラフ) . 破線枠は 1 フレームを示す。

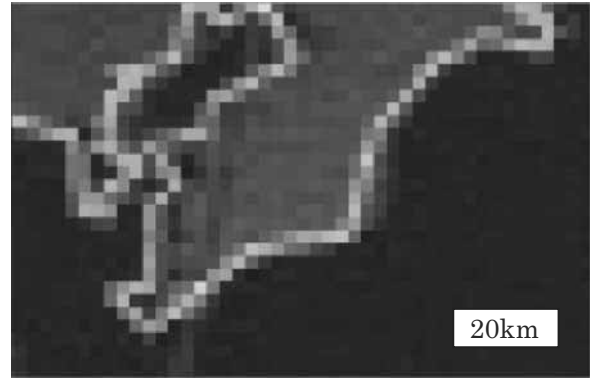


Fig.6 画像ピクセル

の 12 時 44 分 ~ 59 分である。衛星は高度 870km で南から北に移動しながら地表の経度方向距離 2800km の範囲を右から左に走査しデータを送信している。走査は右下の基点から左端に向け 0.5 秒周期で行われ、次に上段走査ラインに進む。1 走査は、右端から ①: 宇宙空間データ A, ②: チャンネル A 画像, ③: テレメータ情報 A, ④: 同期信号 B, ⑤: 宇宙空間データ B, ⑥: チャンネル B 画像, ⑦: テレメータ情報 B, ⑧: 同期信号 A の順で構成される。128 走査線(64 秒) で 1 フレームを構成する。例として、10 分間の受信画像は、600 / 64 = 9.375 フレームで構成される。

チャンネル A 画像は遠赤外センサ(ch4: 10.3-11.3μm) 信号、チャンネル B 画像は昼間帯の NOAA19 号では近赤外センサ(ch2: 0.725-1.10μm) 信号で構成されている。Fig.5 の矢印付実線で示した走査線で観測された走査信号を Fig.5 の図中下部にグラフで挿入した。走査信号で低い部分(信号小) は黒色(海など) を、高い部分(信号大) は白色(雲など) を表し、画像と対応していることが分かる。1 フレームを図中に破線枠で示した。

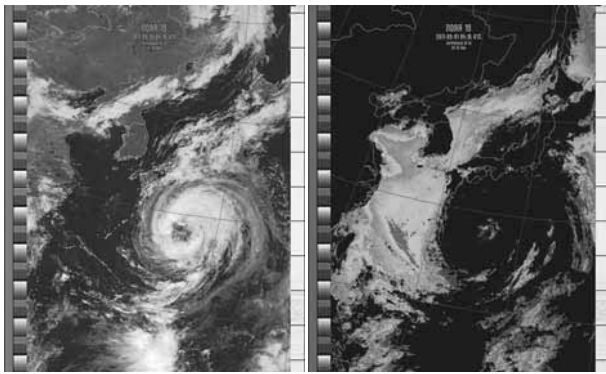
4.2 画像ピクセルの観察

画像ピクセルが観察できるまで拡大した Normal 画像の一部(伊豆半島) を Fig.6 に示した。

衛星から送信されてくるチャンネル A 画像および B 画像では、横方向は 2800km の範囲が描画されている。この区間は 909 ピクセルで構成されているので、1 ピクセルの横方向距離 ΔX は、

$$\Delta X = \frac{2800}{909} = 3.08 \text{ km/pix}$$

であることが分かる。1 ピクセルの縦方向距離については、観測した NOAA19 の周回周期は 6120 秒であり、0.5 秒間隔で次の走査に進む。Y 方向の 1 ピクセル ΔY は、この間に移動する地表の距離を求めればよい。地球の半



a. MSA 画像 b. sea temp 画像

Fig.7 台風 12 号受信画像の例

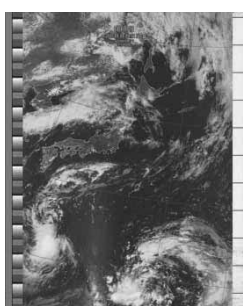


Fig.8 夜間帯 MCIR 画像

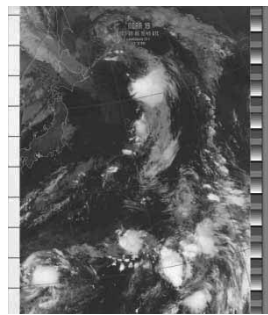


Fig.9 自作受信機による MSA 画像

径は 6378.1km (赤道半径) であるので、

$$\Delta Y = \frac{2\pi \times 6378.1}{6120} \times 0.5 = 3.27 \text{ km/pix}$$

であることが分かる。従って、X 方向、Y 方向とも、公称解像度 4km を満足している。

1 ピクセルを構成する時間は、

$$500\text{ms}/909\text{pix} \doteq 0.55\text{ms}/\text{pix}$$

である。チャンネル A 画像、チャンネル B 画像の 1 フレームピクセル数は、 $909 \times 128 = 116,352$ ピクセルである。10 分間の画像は、 $9,375 \times 116,352 = 1,090,800$ ピクセルからなる。

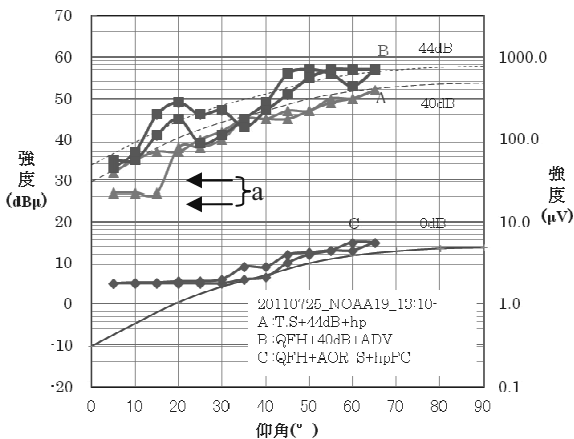


Fig.10 信号強度の観測結果

4.3 受信結果

2011 年 9 月 1 日の台風 12 号を NOAA19 の 13:15-13:22 のパスで QFH アンテナと AR5000 で受信し、画像処理した例を Fig.7 に示した。Fig.7a は疑似可視画像 (MSA) で、b は海面温度 (sea temp) の画像処理 (増強) を施したものである。WXtoImg には雲の高低差を立体的に見せる 3-D のほか、種々の増強処理が準備されている。太陽光のない夜間帯でも赤外センサ信号により観測が出来る。その例 (MCIR 増強) として、9 月 6 日 0:47-1:02 の NOAA19 の受信信号による画像を Fig.8 に示した。

9 月 8 日 13:19-13:34 の NOAA18 の信号を自作受信機で受信した例を Fig.9 に示した。

4.4 電波信号強度

APT 信号によってアンテナに誘起される起電力を調べた。信号強度の測定には 2 台のスペクトルアナライザおよび既製受信機 AR5000 の S メータを用いた。信号のレベルは標準信号発生器で校正した。

信号強度は衛星と受信点間の距離の 2 乗に反比例する。その距離は受信点から衛星を見る仰角によって一義的に決まる。NOAA19 では、仰角 0° で衛星と受信点 (愛知工科大学) 間の距離は 3440km、仰角 90° で 870km である。仰角と信号強度 (相対値) の関係を理論的に計算し、実測結果と比較した。低い信号レベルの観測にはアンテナと受信機の間利得 40dB または 44dB のプリアンプを挿入して行った。2011 年 7 月 25 日の NOAA19 の 13:09-13:25 のパスについての観測結果を Fig.10 に示す。0dB の実線はプリアンプ無しのアンテナ起電力 (EMF, 受信機への入力) の理論値を示す。仰角 0° で、アンテナ起電力は $0.25\mu\text{V}$ 、仰角 90° で $5\mu\text{V}$ が期待される。40dB および 44dB の破線は、プリアンプを使用した場合の受信機入力レベルの理論値を示す。測定結果 A (▲印) はターンスタイルアンテナに 40dB プリアンプを接続し、その出力を観測したものである。測定結果 B (■印) は QFH アンテナに 44dB プリアンプを接続して観測したものである。理論値に良く一致していることが分かる。APT 信号のない状態でアンテナを接続したプリアンプの雑音出力は、図中左矢印 2 本で示した a の部分で $20\text{dB}\mu \sim 30\text{dB}\mu$ 、EMF 換算値は $0.2\mu\text{V}$ であった。これが最小受信感度であり、これ以下の信号は受信できない。測定結果 C (◆印) は QFH アンテナの出力をそのまま受信機の S メータで観測した結果である。S メータでは $2\mu\text{V}$ 以下を読み取れないので、仰角 30° 以下の値は一定値となった。しかし、受信機の最小受信感度は $0.2\mu\text{V}$ で、仰角 0° 付近まで信号音を聞くことが出来た。

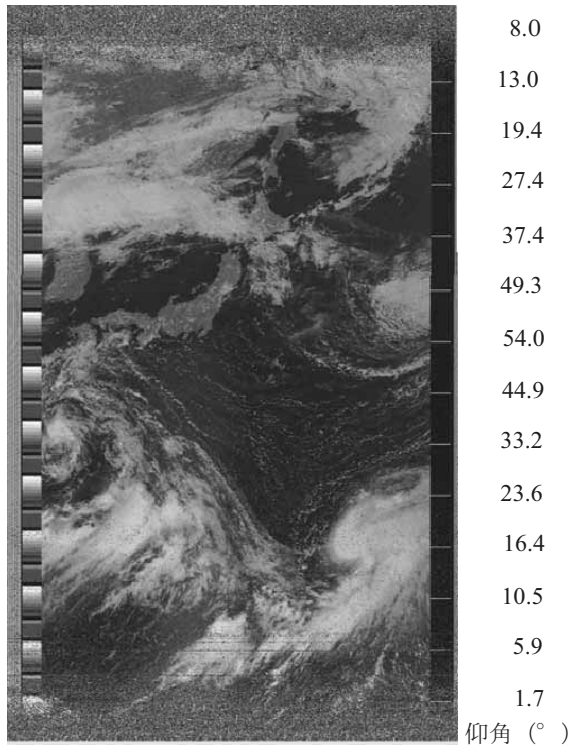


Fig.11 仰角と画質の関係

4.5 信号強度と画質

NOAA19 の 2011 年 9 月 15 日, 12:28-12:43 のパス (南から北) で観測した Normal 画像を Fig.11 に示した. AOS における方位角は 152.8° (南), LOS における方位角は 352.9° (北) であった. 仰角が小さいところでは建物や地形の影響を受け, 信号が弱まりやすい. 南方向は渥美半島や太平洋が開け, 水平線を見渡せる. 北側は標高 150m の山があり, 仰角 13° 以下の視界が遮られている. AOS では, 仰角 1.5° から画像が観測でき, 10° 以上では良好な画像が得られた. LOS 時は, 仰角 15° 以上で

良好で, 10° 以下では受信できないことが分かる. 良好な画質は, 信号強度としておよそ $0.6\mu\text{V}$ 以上が必要であることが分かる.

5. まとめ

アンテナや受信機を製作して, 気象衛星 NOAA の APT 信号を受信した. 本研究で開発した装置は, 気象衛星の運行, 衛星電波受信, 画像処理のほか, 仰角と電波強度や画質の関係, 画像分解能, フレームの構成など幅広い知識や技術を修得するのに適しており, これからの実験実習や卒業研究のテーマとして活用できる.

参考文献

- 1) 林 正之: 人工衛星の電波を受けよう II, 宇宙航空研究開発機構 宇宙教育センター, 2007, pp1-21
- 2) 高橋恭一: 極軌道衛星からの APT 信号受信, 長岡高等専門学校研究紀要, 2009, 45.2, pp81-88
- 3) 藤本勉・田中護, 気象衛星画像受信システム, 宇部高等専門学校研究紀要, 1986, 32, pp29-37
- 4) 松浦 龍・名和靖彦・相木国男: 気象衛星 NOAA の理科教育利用, 第 58 回応用物理学関係連合講演会, 講演番号: 25a-P4-39
- 5) 衛星追跡ソフト: Calsat32 HP, http://homepage1.nifty.com/aida/jr1huo_calsat32/Project.htm
- 6) 衛星追跡ソフト: KSAT HP, <http://www.hi-net.zaq.ne.jp/jh3rkb/ksat/ksat.htm>
- 7) 衛星追跡ソフト: NOVA for Windows, <http://www.nlsa.com/nfv.html>
- 8) NOAA 画像処理ソフト: WXtoImg HP, <http://www.wxtoimg.com/>
- 9) WXtoImg 日本語解説 HP, <http://www.wxtoimg.com/>
- 10) 鈴木憲次: 気象衛星 NOAA レシーバの製作, 2011, CQ 出版社

CFRP 材切断端部に発生する損傷の超音波探傷器による観察方法の提案

井上久弘*, 打田和馬**, 打田昌昭**

(2011年9月30日受理)

The Proposal of the Observation Method of the Damage which Occurs in the Side Edge of CFRP Material by Ultrasonic Testing

Hisahiro, Inoue*, Kazuma, Uchida**, Masaaki, Uchida**

(Received September 30, 2011)

Abstract

On measuring the internal damage condition which occurs near the side edge specimen, it is very difficult to get the clear image by ultrasonic testing. This paper proposes the new observation method to get the clear internal damage image which occurs near the side edge CFRP specimen by ultrasonic testing.

Keywords : Ultrasonic testing, CFRP, internal damage, side edge of specimen, Abrasive Water-jet Cutting

1. 緒言

この研究の目的は航空機用に使われる CFRP 部材の切り出しをアブレイブ・ウォータージェットで切断加工した場合に切断部近傍に発生する可能性のある内部損傷を捕らえることである。

CFRP 材は黒色で、従来の光学的な方法で材料内部に発生した損傷の精密な観察は無理な材料である。一方、切断面の表面状態は表面粗さ計などを用いて計測すれば切断面表面に現れるウォータージェットの流れの状態を捉えることができる。しかし、切断面から内部に広がる損傷の深さの測定については捕らえるのが非常に困難である。

CFRP 材を高速のアブレイブ・ウォータージェットで直接穴あけ加工した場合に、加工条件によって材料内部に大きな層間剥離が発生する場合があることがわかっている。このため、試料端部の切断においてもこのような切断面から内部に広がる層間剥離が発生する可能性も考えられる。

ここでは切断部表面から内部に垂直に広がる層間剥離を如何に正確に捉えるかが研究の主目的である。内部損傷の非破壊検査方法の代表的なものとして超音波探傷法がある。この測定方法は試料内部に発生した損傷や異物の存在およびその位置の観察方法として優れた測定方法である。しかし、その測定精度は光学的な方法に比べるとあまりよくはない。しかし、CFRP 材に対する非破壊検査方法としては超音波探傷法が最適な方法である。

超音波探傷法とは超音波発信機から発生した超音波振動を試料内部に伝播させ、試料内部の欠陥からの反射波と試料底面からの反射波を捕らえることにより試料内部の欠陥の存在とその深さを判定するものである。このため、材料内を伝播する超音波振動波の伝播速度を基準に測定するとともに、測定の設定としては試料表面および試料底面からの両反射波を捕らえることが必要である。

超音波探傷機は一般に水中に試料を固定し、液中で探傷子を試料表面上 X,Y 軸方向に走査させることによつて得られた反射波の総合的な結果より損傷形状を捉える

* 愛知工科大学工学部 〒443-0047 愛知県蒲郡市西迫町馬乗 50-2
Faculty of Engineering, Aichi University of Technology, 50-2 Manori Nishihasama-cho, Gamagori, Aichi 443-0047 Japan

** 三重樹脂㈱ 〒510-0201 三重県鈴鹿市稲生町 8687-3
Mie Jushi Co.Ltd 8687-3 Inou-cho, Suzuka, Mie 510-0201 Japan

ものである。この場合、試料端部から離れた位置にある試料表面に平行な内部損傷は明確に捉えることができるが、試料表面に垂直な損傷や試料端部の損傷を捕らえることは困難である。特に、試料端部の測定においては、得られた超音波探傷画像がぼやけた状態になり、正確な試料端部の位置を判定することは困難である。

今回の研究では、アプレシブ・ウォータージェットによって切断加工された CFRP 材の切断端部に発生する損傷を如何に明確に捕えるかの観察方法について検討するものである。

2. 実験用試料および測定機器

実験用試料としては航空機用と同じ仕様、すなわちオートクレイブ成形による一方向 CFRP 積層材を使用した。試料寸法は 60mm × 30mm で板厚を 5mm から 20mm まで変化させ、ダイヤモンドカッターで切断した材料を使用した。ダイヤモンドカッターで切断した場合は切断面近傍に大きな内部亀裂が発生しにくいのでこの切断方法を用いた。

試料端部に発生する内部損傷についてはカッターナイフ (OLFA-FL) の先端を積層方向に平行にハンマーによって食い込ますことによって作成した。損傷は試料表面から深さ方向に 2mm 間隔で作成した。このため試料内部に発生する内部損傷の広がり の大きさは最初から決めることはできなかった。また、一部の損傷部分には折れた刃先が残ったものもできた。

超音波探傷器としては日本クラウトクレマ株式会社の超音波探傷映像化装置 (SDS—Win 6500R) を使用した。用いた探傷子は直径 0.25 インチで、その周波数としては 5MHz のフォーカス型とノンフォーカス型および、2.5MHz, 3.5MHz, 10MHz, 15MHz のフォーカス型を使用した。

これらの探傷子を変化させた場合に得られる超音波画像としては周波数によってその感度が異なるが、試料周辺部に存在するぼやけた画像 (以下ゴースト画像と呼ぶ) の存在に対しては大きな差はなかった。以上のことより、今回の発表では 5MHz・0.8 インチフォーカスと 5MHz・ノンフォーカスの振動子を用いた超音波画像を用いての測定結果について説明する。

3. 観察結果

photo1 に厚さ 20mm の損傷をつけた試料単独の超音波探傷画像を示す。元の試料形状が 30mm × 60mm の長

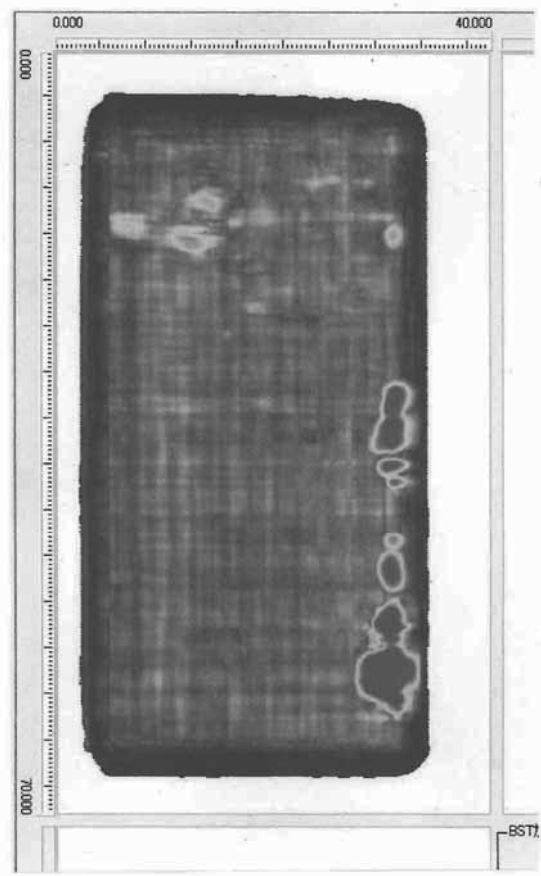


photo1 ゴースト画像を伴った超音波画像

方形であるに対して、得られた画像は試料の角部が丸くなって、周囲の画像がぼやけた画像になっている。このぼやけた部分をここではゴースト画像と呼ぶことにした。

photo1 に於いて、右側下部に見える黒い塊のような部分がカッターナイフによってつけた内部損傷部分に相当する

超音波探傷器の構造は超音波探傷子から発せられた超音波振動の反射波を同じ超音波探傷子で捕える。これを

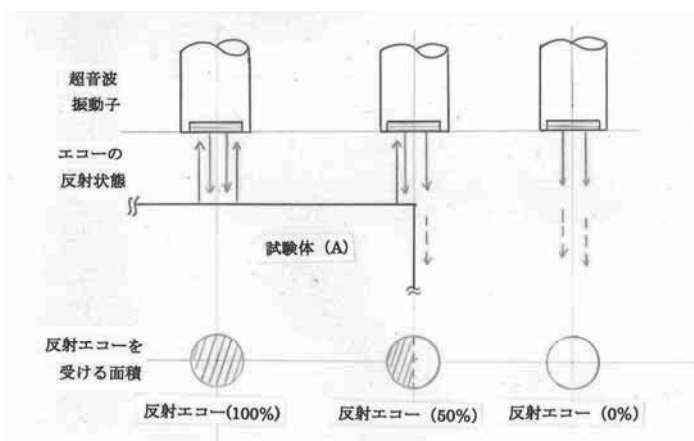


Fig.1 超音波の反射波の捕え方の模式図

模式図で示したのが **Fig.1** になる。試料端部に超音波探傷子の中心が来た場合、(**Fig.1** の中心) 探傷子の受け取る反射波は試料部分からの反射波と水の部分からの反射波の合計になる。すなわち、試料部からの反射波のみとなり。放出した超音波の半分の反射波しか受け取れなくなる。

これは、試料部分から離れた部分は水しか存在しないため、水の部分では超音波の反射波は存在しない。試料端部から超音波探傷子が離れるにつれて、超音波振動子が受け取る反射波の量は急激に減少する。超音波探傷子の受け取る反射超音波の振動エネルギーが急速に減少するため、得られた超音波画像は不鮮明となってくる。これが一種のゴースト画像として試料端部に発生し、超音波画像から試料端部の位置を正確に捉えることを困難としている。

このゴースト画像は超音波探傷子の周波数を変化させてもほぼ同じ状態で発生する。

次に測定試料に試料表面に対して垂直の溝がある場合について観察した結果について述べる。**photo2** にアプレシブ・ウォータージェットによって切断加工した試料の光学的に捉えた写真を示す。この試料は厚さ 5mm の CFRP 材の試料から幅 10mm の試料を約 3mm の切り残しをつけて切断したものである。図の左端はたまたま 10mm 幅の試料が完全に切断されずに残ったもので、左端の切断溝の幅は約 1mm である。

この試料を超音波探傷器で観察した超音波画像が **photo3** に示す。ここで用いた超音波探傷子の性能は 5MHz の振動子で上の写真がノンフォーカスタイプで、下の写真が 0.8 インチフォーカスのものがある。ノンフォーカスの超音波画像においては約 1mm の切断溝はまったく観察されませんが、0.8 インチフォーカスの写真においては 1mm の切断溝は観察されました。しかし、この切断溝は光学写真のように明確な状態で観察できませんでした。このことより、1mm の幅の溝でもそれが試料表面に対して垂直にある場合は超音波画像としては観察しにくいことが分かった。これに対して、切断溝の中央にある幅 10mm の試料とその両側の約 3mm の幅の試料中央部の超音波画像ははっきりと見られた。

以上のことより試料に垂直方向の亀裂に相当する境界が存在しても両者が同じ材料で、測定表面の位置が同じであれば超音波の伝播速度が同じであることから、両者とも明瞭な超音波画像が得られることが分かった。

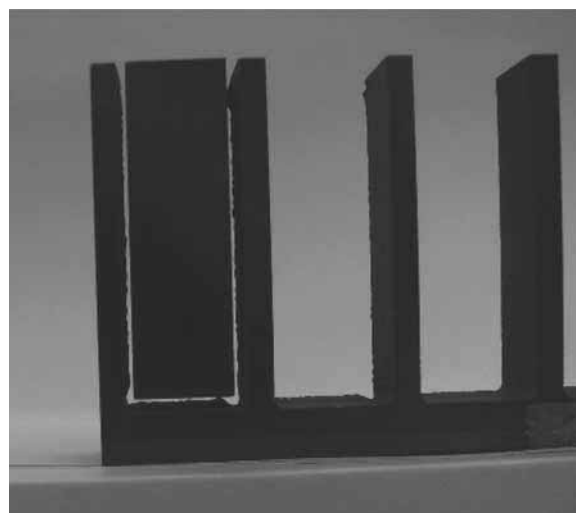


photo2 試料の切断状態

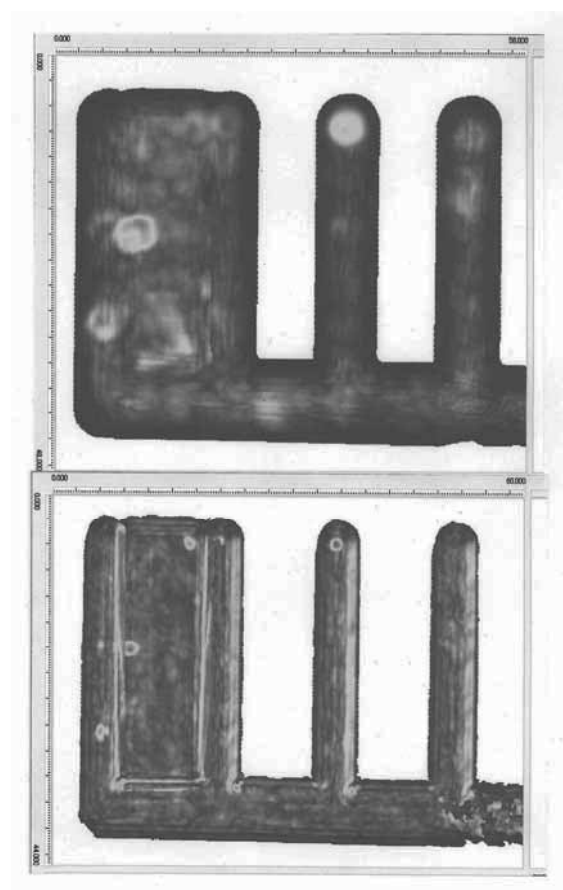


photo3 photo2の5MHzの超音波画像

上部写真: ノンフォーカス, 下部写真 0.8インチフォーカス,

4. 実験1・・・損傷部の撮影

photo2,3 の画像解析から隙間が非常に小さい場合、超音波画像においてはその隙間の存在によるゴースト画像は現れないと考えられる。このことより、切断端部にカッターナイフによる損傷をつけた試料と損傷のない同じ

寸法，形状，材質の試料を損傷部の存在する部分を接合面にして接触した状態で固定した後の超音波画像を捕らえた。photo4 がその超音波画像である。左側が端部に損傷を持つ試料で，2つの試料の境界線はカラーの画面ではその境界を明確に見分けることができる。接合面において，ゴースト画像は存在しないことが分かった。また側面画像から損傷の発生位置，厚さ方向の深さに相当する位置と内部方向への損傷の広がりも捕らえることができた。

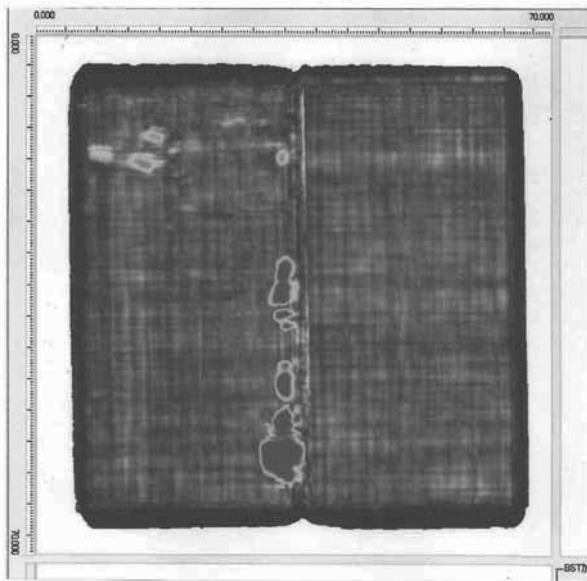


photo4 2枚の試料を接触させた状態での超音波画像

photo4より内部損傷を持つ試料の切断面の位置を正確に判断することができた。

5. 実験2・損傷部の広がり の測定方法

次に試料端部に損傷をつけた試料を真ん中にして両サイドに損傷のない同じ試料を接触させて固定して捕らえた超音波画像を photo5 に示す。この画像より真ん中の試料の両側の境界線を求めることができる。

内部損傷の広がりにおいては試料両端の距離の値と損傷部の長さから比例配分すれば測定できると考えられるが，正確には試料端部より内部方向の広がりにおいてもゴースト画像が存在するために単なる比例配分では求まらない。これは photo4 において両者の境界線より右側に損傷部分のゴースト画像が存在することより，このゴースト画像の幅を考慮すればかたずくと思われるが，ゴースト画像の広がり は内部損傷の形状に依存するものと考えられ，ここでは正確に分離することはできない。

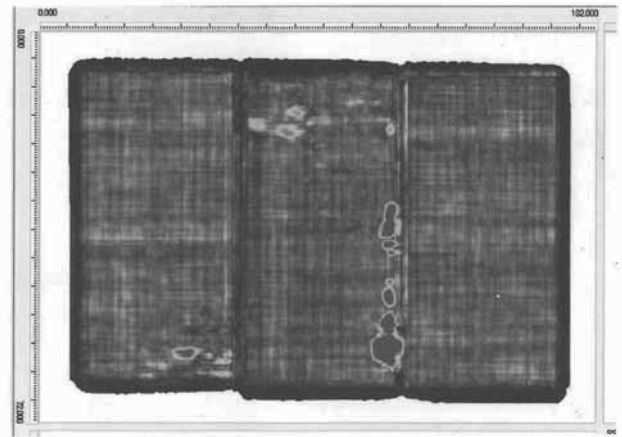


photo5 両側に試料をはさんだ超音波画像

6. 実験3・厚さの異なる試料を用いた場合

実際の超音波探傷器による観察において測定する試料とまったく同じ厚さの試料が必ず存在するとは考えられない。この点より当て板の試料として同じ材質で板厚鋸となる試料を用いて観察することを行った。今回は測定しようとする試験片厚さより薄い同じ材質の試料を用意した。ここで用意した試料と測定しようとする試験片との超音波振動子側の上面が同じになるように調整して接触させて固定した。今回は厚さ 20mm の測定試料に厚さ 5mm の同じ材質の試料上面を合わせ，両者を接触させた状態で撮影した超音波画像を photo6 に示す。観察するための設定条件としては，厚さ 20mm の試料の損傷を捕らえるための設定を行った。この条件では，隣接した厚さの薄い 5mm の試料の超音波の反射波の観察も設定範囲内に入っている。得られた超音波画像を photo6 に示す。

写真の超音波画像は photo4 の場合と同様に両者の境界をはっきりと捕えられる。すなわち，両者の境界においてゴースト画像の影響は見られない。

この結果を両試料における超音波の反射エコーとの関係を模式図で示したものが Fig.2 である。超音波探傷器の最初の設定である試料表面からの反射波と試料底面からの反射波とが確実に存在し，損傷のある試料では両者の中間部に損傷表面からの反射波が存在することになる。

7. 結論

超音波探傷法において切断された CFRP 材の切断端部を明確に捕える方法をここに提案した。

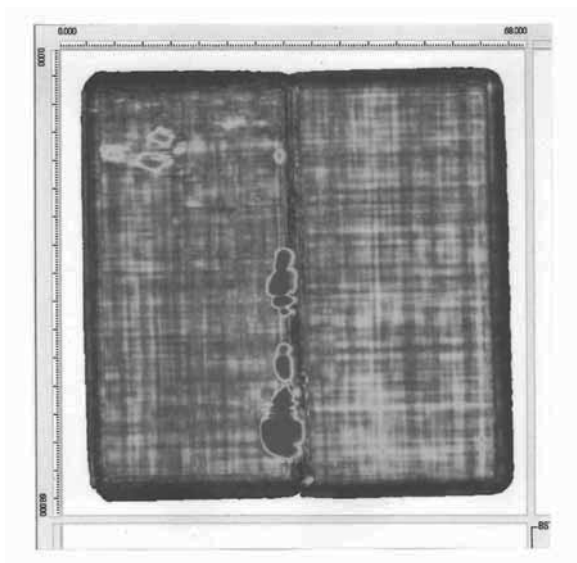


photo6 段差をつけた試料の超音波画像

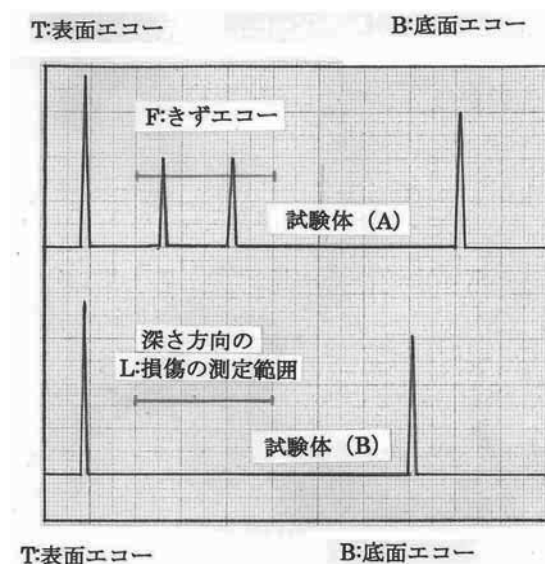


Fig.2 2枚の試料における超音波振動の反射エコーの模式図

1: 切断端部付近に発生する内部損傷の観察には同じ厚さの試料(この場合 CFRP 材)を接触させ、その上面を同じ位置に固定すれば、両者の境界面付近の明確な超音波画像が得られることが分かった。このことより試料切断端部の明確な超音波画像を捕らえる方法としてここで述べた手法が最適であると思われる。

2: 損傷部分の正確な測定においては試料端部に発生したゴースト画像が試料内部損傷部の回りにも発生するため、たとえ基準のゲージ損傷による観察を用いたとし

ても取り除くことが無理であることが分かった。これについては今後の検討課題と考えている。

3: 同じ厚さの試料が調達できないときは厚さの薄い参考試料を使用して両者の超音波探傷子側の面を同じにすれば両者の境界が明確に捕えられる。

なお、この研究は中部経済局の平成 20 年度戦略的基盤技術高度化支援事業の援助のもとで行われた研究[難切削材料(炭素繊維)に対応した切削加工技術の開発]に関する研究成果の一部であることを報告する。

愛知工科大学 Web サイトのアクセス解析

加藤高明*, 曹 浩文**

(2011年11月1日受理)

Access Analysis of Aichi University of Technology Website

Komei Kato*, Cao Hao Wen**

(Received November 1, 2011)

Abstract

Nowadays, a website is one of the main information-sending tools. However, when visitors can not find attractive contents on the website, they go to another websites quickly. In order to provide useful information to visitors, it is necessary to analyze access to a website and to recognize the current state. In this paper, we report the access analysis of our university website using 'Google Analytics'.

キーワード : アクセス解析, Google Analytics

Keywords: Access analysis, Google Analytics

1. はじめに

Web サイトは、企業をはじめとする組織活動には必要不可欠な情報発信ツールとなり、自社 Web サイトへの誘導には、Yahoo や Google などの検索エンジンにおける上位表示、既存メディアとの組み合わせ、動画投稿サイトからのリンクなど、多くの手法が取り入れられている。しかし誘導先の Web サイトが、ユーザーの期待する内容でなかったり、目的を達せないと判断された場合には、すぐに他のサイトに移動して、せっかくの誘導が効果を発揮できない場合も起きてしまう。Web サイトが、訪問するユーザーに対してより有効・効果的に情報提供を行うためには、ユーザーが「いつ」「どこから」、「どのページ」にアクセスし、「どのような行動」を取ったのかというアクセス解析を行い、サイトの現状を分析・把握することがまずは大切である。そしてその現状をもとに改善施策を検討・実施することで、完成度の高い Web サイト構築が可能となる。

そこで本稿では、コンテンツやデザインがより充実し

てきたと感じられる本学 Web サイトであるが、実際にはどんなアクセス状況にあるのかを、解析ツールで得られた数値をもとに現状を考察するものである。

なおアクセス解析ツールとしては、無償で利用できる高機能な Google Analytics を使用した。

2. Google Analytics とは

Web サイトへのアクセスを解析するツールには、有償、無償に関わらず数多くのもが存在しているが、検索エンジンで世界トップシェアを誇る Google 社が無償で提供している「Google Analytics」は、高機能を備え個人レベルから企業レベルのサイトまで幅広く利用されているものである。

訪問者がサイトを表示するたびにそのアクセスが順に記録され、自動的に見やすく集計されて、「滞在時間」や「離脱率」「どのページを入口としたか」などに加え、「どんなキーワードにより訪問者がサイトに誘導された

* 愛知工科大学工学部 〒443-0047 愛知県蒲郡市西迫町馬乗 50-2

Faculty of Engineering, Aichi University of Technology, 50-2 Manori, Nishihasama-cho, Gamagori 443-0047, Japan

** 愛知工科大学大学院工学研究科 博士前期課程 〒443-0047 愛知県蒲郡市西迫町馬乗 50-2

Graduate School of Engineering, Aichi University of Technology, 50-2 Manori, Nishihasama-cho, Gamagori 443-0047, Japan

4. アクセス解析

か」、「どんな検索キーワードが訪問者を満足させているか」などの解析もできる。

次の手順により Google Analytics は利用可能となる。

- ①利用を申し込む
- ② Web サイトの各ページに、訪問者の情報を取得するためのトラッキングコードを埋め込む
- ③各種の設定を行う

3. 愛知工科大学 Web サイトの構成

Table 1 は、本学 Web サイトの構成の概略とその URL を示したものである^(注1)。愛知工科大学と愛知工科大学自動車短期大学の共通情報を掲載する総合トップページから、愛知工科大学および愛知工科大学自動車短期大学の各トップページへリンクする構造となっていて、それぞれは階層構造により、詳細な各種情報が閲覧できるようになっている^(注2)。

Google Analytics では、ページ毎にアクセス数をカウントするため、サイトが何ページあり、どのような構成になっているかを把握することは、アクセス解析には欠かせない準備である。

Table 1 愛知工科大学 Web サイトの構成の概略

URL	ページタイトル名
index.html	■愛知工科大学 / 愛知工科大学短期大学総合トップページ
/univ/	●愛知工科大学トップページ
/univ/outline/	・総合案内
/univ/department/	・工学部
	機械システム工学科
	電子制御・ロボット工学科
	情報メディア学科
/univ/graduate/	・大学院
/univ/campuslife/	・キャンパスライフ
/univ/career/	・就職・資格
/univ/exam/	・入試情報
/univ/teacher/	・教員紹介
/jc/	●愛知工科大学自動車短期大学トップページ
/jc/outline/	・総合案内
/jc/subject/	・自動車工業学科
/jc/car_mechanic/	・1級・2級自動車整備士資格
/jc/campuslife/	・キャンパスライフ
/jc/career/	・就職・資格
/jc/exam/	・入試情報
/jc/teacher/	・教員紹介

4.1 アクセス解析の内容

今回実施したアクセス解析の内容は次の通りである。

- ①サイト内におけるユーザーの動向
- ②どの地域からのアクセスが多いのか
- ③どんな方法でアクセスしてきたか
- ④検索キーワードは何か
- ⑤アクセス数の多いページはどれか
- ⑥トップページ以外で、サイトの入口となっているページはどれか

なお解析期間は、年間の流れを把握するため、直近の1年間(2010年10月1日~2011年9月30日)とした。以下順にそれぞれを考察する。

4.2 サイトにおけるユーザーの動向

サイト内におけるユーザー数や、ユーザーの行動などを把握する。Fig.1 は、ユーザーに関する各種のレポートを示したものである。

ユーザー数は、サイトを訪れた重複しない訪問者数である。同じユーザーが何度訪問しても、ユーザーは1となる。解析対象とした1年間に51,177人の固有ユーザーが訪れたことを示し、ユニークユーザー数と同義である。

訪問数は、ユーザーの訪問回数を表したもので、1回の訪問で何ページ閲覧しても、訪問数は1となる。106,151回の訪問があったことを示す。

ページビュー数とは何ページ閲覧されたかの合計数であり、平均ページビュー数は1回の訪問で何ページ閲覧されたかの平均値である。サイト滞在時間が3分5秒であり、1回の訪問では、3分5秒を使って平均5.52ペー

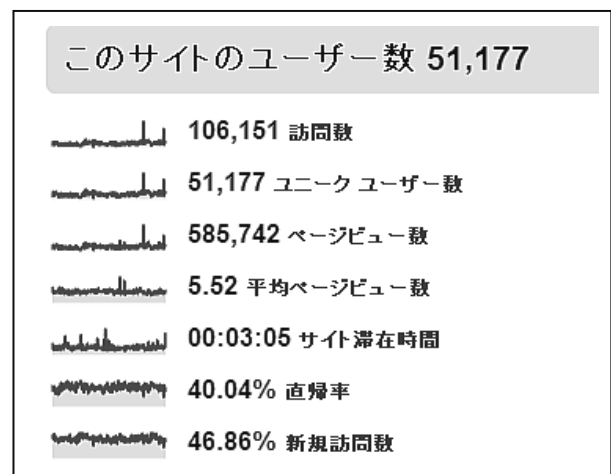


Fig.1 ユーザーの動向に関する各種のレポート

ジが閲覧されていることが分かる。

1 ページだけ閲覧してサイトを離れてしまったユーザーの割合が直帰率である。本学の Web サイトへ訪問したものの、最初の 1 ページだけ閲覧してサイトを離れたユーザーが約 40% いることが示される。

新規訪問数は、訪問数に対する新規ユーザー数の割合を示したもので、46.86% が新規ユーザーによる訪問であったことになる。大学の Web サイトという性格上、大学進学を考える高校生に広く大学を紹介することは重要な目的の 1 つであり、新規訪問数の割合を高める必要がある。検索エンジンからの誘導やリスティング広告の活用、ポータルサイトへの登録なども新規訪問の獲得には有効である。

Table 2 都市別の訪問者数(上位 10 都市)

	詳細レベル: 都市	訪問↓
1.	Nagoya	31,749
2.	Kira	12,991
3.	Osaka	3,180
4.	Shizuoka	3,035
5.	Shinjuku	2,453
6.	Okazaki	2,450
7.	Toyokawa	2,371
8.	Gifu	2,369
9.	Shibuya	2,368
10.	Toyohashi	2,228

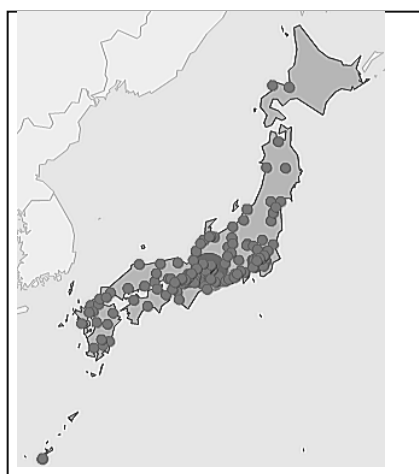


Fig.2 訪問のあった都市

ここまで示した数値が、過去と比較して向上したか否かを分析することは必要であるが、Google Analytics 導入が 2010 年 8 月上旬であり、前年のデータがないため比較することができない。今回のデータを基準として、次年度では比較対象として利用していくことになる。

4.3 どの地域からのアクセスが多いのか

都市別の訪問数を多い順に示したものが Table 2 である。都市は、アクセスされたプロバイダーの IP アドレスから判断されるため完全に地域を限定することはできないが、目安にはなる。やはり本学周辺の都市からの訪問が多いが、大阪、新宿、渋谷などからもアクセスされている。

Fig.2 は訪問のあった都市を地図上の○印で示したものであるが、北海道や九州からもアクセスがある。それらの地域から入学生がいることや、特に遠方からの入学生は、大学を調べるのにインターネットを活用しているという実態からすると、地元蒲郡の紹介など全国からのアクセスを意識したコンテンツや文章表現は必要である。

4.4 どんな方法でアクセスしてきたか

どんな方法で本学のサイトへアクセスしてきたか、そ

Table 3 参照元の種類

参照元の種類	内 容
ノーリファラー	参照元の情報が得られなかった場合。ブックマークからのアクセスや、URL を直接入力した場合、QR コードの読み取りなどが含まれる。
検索エンジン	検索エンジンでキーワード検索してきた場合。
参照サイト	外部のサイトを経由してきた場合。

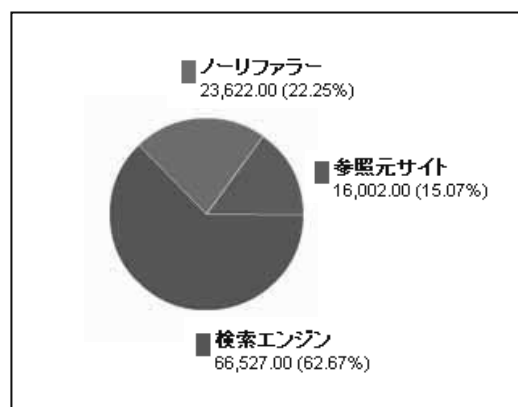


Fig.3 参照元の状況

の参照元を確認する。参照元は、Table 3 に示される 3 つに分類されてそれぞれの訪問数およびその割合を知ることができる。

Fig.3 は参照元の状況を示したもので、検索エンジンからのアクセスが 6 割を超えている。リピーターの場合、よくアクセスするページはブックマークすることが多いためノーリファラーに分類されると思われる。検索エンジンを参照元とする場合は、新規訪問者のアクセスであると予想されたが、リピーターと新規訪問者の割合を確認してみると、Table 4 に示すようにリピーター (Returning Visitor) の訪問は 53.06% であった。これはリピーターであっても、検索エンジンを経由してアクセスする傾向があることを示している。

4.5 検索キーワードは何か

検索エンジンからの検索によりアクセスしてくる場合、その検索キーワードが何かを知ることで、訪問者の望む情報や興味が予測できる。また閲覧開始ページとキーワードが合っているかの確認もできる。

Table 4 リピーターと新規訪問者の割合

ユーザーの種類	なし	訪問	訪問
1. ■ Returning Visitor		56,322	53.06%
2. ■ New Visitor		49,829	46.94%

Table 5 各参照元からの訪問数とその割合

参照元	訪問数	訪問 %
yahoo (organic)	35,353	33.30%
google (organic)	28,253	26.62%
(direct) ((none))	23,622	22.25%
denpa.jp (referral)	2,064	1.94%
bing (organic)	1,725	1.63%

Table 6 検索エンジンで検索されたキーワード

キーワード	訪問数	訪問 %
愛知工科大学	26,988	40.57%
aut	9,332	14.03%
愛知工科	2,050	3.08%
愛知工科大学自動車短期...	1,338	2.01%
愛知工科大	783	1.18%

Table 5 は、各参照元からの訪問数とその割合を示したものである。

上位 2 つは、Yahoo および Google という 代表的検索エンジンからの訪問数を示しているが、これらで約 60% を占めている。続く 22.25% はノーリファラーを示し、一般的には 25% が良好にリピーターを確保している理想値とされるが、高校生の新規訪問者獲得が最優先であるとすれば、それほど問題とするものではない。

検索エンジンではどんなキーワードで検索されたのかを示したものが Table 6 である。

いずれも大学名自体がキーワードとなっており、ユーザーが大学名を知っていることが前提の検索である。

大学名を知らないユーザーにも広く本学のサイトへ訪問してもらうためには、学科の構成、特色、トピックスなどのキーワードでヒット、誘導するようなサーチエンジン最適化の検討も必要である。

4.6 サイト内でアクセス数の多いページはどれか

本学 Web サイト内でアクセス数の多い上位 10 ページを示したものが Table 7 である。アクセスが集まる人気ページを知ることで、どこに集中して対策すればよいのかなどのヒントを見出すことができる。

前掲の Table 1 を参照しながら確認すると、やはりアクセス数が一番多いのは、愛知工科大学 / 愛知工科大学短期大学総合トップページ (index.html^(注3)) で、ページビュー数は 106,971、全体の 18.26% を占める。

続いて多いのは、愛知工科大学のトップページ (/univ/) で、ページビュー数は 62,212、全体の 10.62% である。次が愛知工科大学自動車短期大学のトップページ (/jc/) となるが、ページビュー数 21,358 で 3.65% と、大学のトップページに比べページビュー数が約 3 分の 1

Table 7 アクセス数上位 10 ページ

ページ	なし	ページビュー	ページビュー数
1. ■ /		106,971	18.26%
2. ■ /univ/		62,212	10.62%
3. ■ /jc/		21,358	3.65%
4. ■ /univ/teacher/index.html		14,143	2.41%
5. ■ /univ/department/index.htm		12,417	2.12%
6. ■ /univ/current_students/ind		12,048	2.06%
7. ■ /univ/exam/index.html		10,529	1.80%
8. ■ /univ/prospective_student		9,636	1.65%
9. ■ /univ/outline/index.html		9,043	1.54%
10. ■ /univ/career/index.html		8,456	1.44%

となっている。4位~10位のどのページを見ても愛知工科大学のページ内のもとなっているため、愛知工科大学自動車短期大学のページへのアクセス増対策は必要である。愛知工科大学のページと愛知工科大学自動車短期大学のページの相互リンクの強化など、サイト全体としてのアクセス増の仕組みを検討することも大切である。

4.7 トップページ以外で、サイトへの入口となっているページはどれか

訪問者が最初に表示するページは「入口ページ」と呼ばれ、閲覧開始数の多いページから順に示したものが**Table 8**である。

1番目と3番目は、共に愛知工科大学/愛知工科大学自動車短期大学総合トップページ、2番目と4番目もそれぞれ愛知工科大学トップページ、愛知工科大学自動車短期大学トップページである。これだけで閲覧開始数106,151のうちの73.8%を占めている。トップページ以外の入口ページが多ければ、それだけいろいろな目的や興味を持った訪問者が存在していることを意味するため、トップページ以外からの集客を高められるよう、訪問者の「知りたい情報」や「何が疑問か」などの視点でページ内容や構成を検討する必要がある。

なお5番目以降のページ内容は次の通りである。

- ・ 5番目 /aut/document_request/index.html
資料請求
- ・ 6番目 /aut_spot/index.html
AUT SPOT(AUTの魅力満載サイト)
- ・ 7番目 /synthesis/access/
交通アクセス
- ・ 8番目 /univ/prospective_students/opencampus/index.html
愛知工科大学オープンキャンパス

Table 8 閲覧開始数の多い入口ページ

ページ	閲覧開始数↓
1. /	67,587
2. /univ/	5,875
3. /index.html	2,940
4. /jc/	1,957
5. /aut/document_request/index.html	1,474
6. /aut_spot/index.html	1,380
7. /synthesis/access/	1,246
8. /univ/prospective_students/opencampus/index.html	1,231
9. /synthesis/aut_fan/others/kawai/02.html	1,110
10. /synthesis/aut_fan/others/kawai/01.html	1,034

・ 9および10番目

/synthesis/aut_fan/others/kawai/02.html

/synthesis/aut_fan/others/kawai/01.html

AUT FUN(教職員の自由なコラム集)における「井戸掘っちゃいました(アドバイス編)」、「井戸掘っちゃいました」

6番目の「AUT SPOT」は本学の魅力を積極的に発信するページであり、より多くの情報を掲載していくことで入口ページとして機能を果たすことが考えられる。また9および10番目の「AUT FUN」も自由なコラム集であるため、多種にわたる幅広い話題を多く掲載することで意外な訪問者を集客できる可能性がある。いずれにせよ更新を頻繁に行い、バラエティに富んだ内容をより多く蓄積することが期待される。

5. まとめ

今回は、本学Webサイトのアクセス状況の現状を知ることが目的に、アクセス解析における基本的情報の確認を行った。Google Analytics導入が2010年8月上旬からのため、年単位で過去のデータとの比較はできないが、実際に訪問している固有ユーザー数や訪問数、ページビュー数、サイト滞在時間、直帰率を知ることによって、現状を客観的に把握することができた。

本学Webサイトへアクセスするときの参照元は、検索エンジンから62%以上を占め、その検索キーワードのほとんどが大学名であったが、これは大学名を知らないユーザーからは本学Webサイトは検索されないことを意味していると言える。幅広く、大学名を知らない日本全国の高校生ユーザーを誘導するためにも、大学や各学科の特色・トピックスなどのキーワードで、検索エンジンでヒットするようなコンテンツ内容を検討する必要がある。

アクセス状況が数値で示されることで、その数値の意味を考察し、サイト充実のための仮説が立てられるようになる。そしてその仮説に基づく施策を実行してアクセス解析による検証を繰り返すことで、より高度にサイトの強化が実現できると思われる。そのサイトにおいて最終目的のページまでたどりついた割合であるコンバージョン率など、他の各種データを複合的に組み合わせることでユーザーのサイト内の行動をストーリー化することは、今後の課題である。

注

- (注1) アクセス解析のデータは基本的に URL により表示されるため、ページタイトル名と URL の対応は必要である。
- (注2) 詳細なサイトの構成は、愛知工科大学 / 愛知工科大学自動車短期大学総合トップページのサイトマップから確認することができる。
- (注3) Table 7 の「ページ」では「 / 」となっているが、これはディレクトリの直下を表し、具体的には index.html を示している。

参考文献

- 1) 大内範行 & できるシリーズ編集部「できる Google Analytics 増補改訂版」インプレスジャパン 2009 年
- 2) 大角誠之・阿部圭司「プロが教える Google Analytics 実践テクニック」ソーテック社 2011 年
- 3) 高橋直樹「Google Analytics ではじめるテストマーケティング」毎日コミュニケーションズ 2011 年

公理的電磁気学

— クーロンの法則 + 特殊相対性理論 = マクスウェル方程式 —

石川雄二郎¹

(2011年9月30日受理)

Electromagnetic Theory based on Coulomb's law and Theory of Special Relativity

Yujiro Ishikawa¹

(Received September 30, 2011)

Abstract

In this paper we derive Maxwell equations from Coulomb's law by applying theory of special relativity. Because of measuring errors, it is impossible to confirm laws of the electromagnetic phenomena perfectly by experiments. Therefore, if there are only few electromagnetic laws that should be inspected by experiments in order to build up theory, it is clear that electromagnetic theory based on that few laws has robust bases. Things in this paper can be considered to rebuild electromagnetic theory as axiomatic one and also reconfirm grounds of electromagnetic theory.

キーワード：クーロンの法則，運動方程式，ローレンツ力，特殊相対性理論，マクスウェル方程式

Keywords: Coulomb's law, Law of motion, Theory of special relativity, Maxwell equations

1 はじめに

本文では静電気学のクーロンの法則と特殊相対性理論からマクスウェルの方程式が導出できることを確認している。電磁気学の法則，例えばクーロンの法則では「電荷間に働く力は距離の2乗に反比例する」と仮定するが，正確には2乗ではなく2乗からほんの僅か異なっているかもしれない。しかし実験は必ず誤差を伴うので実験によりクーロンの法則を正確に検証することはできない。

したがって電磁気学の理論展開の基礎となる（実験により検証すべき）法則が少ない程，その電磁気学の基盤は強固であることは明らかである。

本文ではクーロンの法則を公理として認めれば，特殊相対性理論を適用することにより，マクスウェルの方程式が導出できることを示している。上述の観点からすれば，本文は2つの公理からの公理的な電磁気学の再構築であり，(2つの公理は幾多のは実験により確認されているので) マクスウェルの方程式の確かな根拠を再確認している。

2 特殊相対性理論からの準備

特殊相対論的な考察のために並進する2つの時空を一体化した直交座標系 $X'Y'Z'$ (x', y', z', t') と直交座標系 XYZ (x, y, z, t) を設定する (図1参照)。

2つの座標系は一般性を失うことなく同一直線上に x' 軸と x 軸を有すると仮定することができる。そして時刻 $t' = t = 0$ の瞬間に原点が一致し，座標系 XYZ は座標系 $X'Y'Z'$ の x' 軸の負方向へ速さ

$$\mathbf{u}_0 = iu_0 = (u_0, 0, 0) \quad (u_0 \leq 0) \quad (1)$$

の一定速度で遠ざかっていくものとする。さらに2つの座標系が設定された空間に2つの電荷 Q_1, Q が存在するとする。座標系 $X'Y'Z'$ 上で Q_1 は点 (x'_1, y'_1, z'_1) に静止し， Q は点 (x', y', z') における速度が

$$\mathbf{u}'(t') = iu_{x'} + ju_{y'} + ku_{z'} \quad (2)$$

¹ 愛知工科大学 工学部 情報メディア学科 〒443-0047 愛知県蒲郡市西迫町馬乗 50-2
Faculty of Engineering, Aichi University of Technology, 50-2 Manori, Nishihama-cho, Gamagori 443-0047

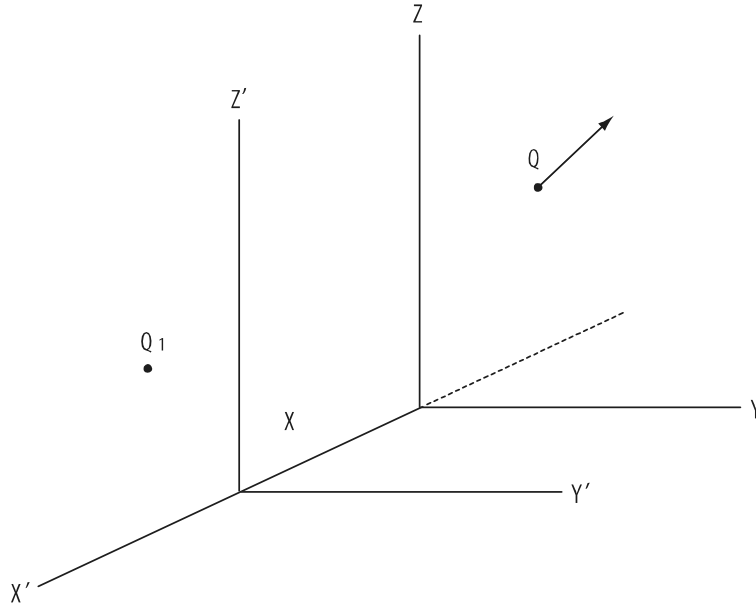


図 1: 並進する 2 つの座標系 $X'Y'Z'$ と XYZ

で運動しているものとする．この電荷の運動を座標系 XYZ から観測すると， Q_1 は一定速度

$$\mathbf{u}_1 = iu_{1x} + ju_{1y} + ku_{1z} = -\mathbf{u}_0 = iu_0 \quad (3)$$

で x 軸に平行に遠ざかっている．また Q の速度は

$$\mathbf{u}(t) = iu_x + ju_y + ku_z \quad (4)$$

で表されたとする．

このとき，特殊相対性理論の光速不変の原理（に基づくローレンツ変換の要請）より

$$\beta = \frac{u_0}{c} \quad (5)$$

として，次の関係式が成り立つ．

座標変数に関して

$$x' = \frac{x - u_0 t}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - \frac{u_0}{c^2} x}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (6)$$

微分に関して

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \frac{\partial}{\partial x'}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y'}, \quad \frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z'}, \quad \frac{\partial}{\partial t} = -\frac{u_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \frac{\partial}{\partial x'} \quad (7)$$

時間変数の微分に関して

$$\frac{dt'}{dt} = \frac{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (8)$$

速度に関して

$$u_x' = \frac{u_x - u_0}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}}, \quad u_y' = \frac{u_y \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}}, \quad u_z' = \frac{u_z \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}} \quad (9)$$

$X'Y'Z'$ 上の質量 m' と座標系 XYZ における質量 m との間には速度方向のローレンツ短縮により

$$m' = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \left(1 - \frac{u_0 u_x}{c^2} \right) m \quad (10)$$

座標系 $X'Y'Z'$ 上で質量 m' , 速度 \mathbf{u}' の物体に働く力

$$\mathbf{F}' = iF'_x + jF'_y + kF'_z \quad (11)$$

を座標系 XYZ で観測すると質量 m , 速度 \mathbf{u} , 力

$$\mathbf{F} = iF_x + jF_y + kF_z \quad (12)$$

となるとする. このとき特殊相対性原理:「基本的な物理法則は全ての慣性系に対して同じ形で表される」よりそれぞれの座標系における運動方程式は

$$\mathbf{F}' = \frac{d}{dt'} (m'\mathbf{u}'), \quad \mathbf{F} = \frac{d}{dt} (m\mathbf{u}) \quad (13)$$

と書ける.

3 公理論的電磁気学概論

3.1 クーロンの法則からローレンツ力方程式の導出(概論)

本章は第4章の式の導出を省略し内容把握を容易にした概論であり, 数式の変換・導出をふくめた詳細は次章で展開される. 本章の式番号は第4章の式番号を流用している.

第2章(13)の運動方程式における \mathbf{F}' と \mathbf{F} との間には, 特殊相対性理論を適用すると次の関係式

$$F_x = F'_x + \frac{u_0 u_y}{c^2 \sqrt{1-\beta^2}} F'_y + \frac{u_0 u_z}{c^2 \sqrt{1-\beta^2}} F'_z \quad (23)$$

$$F_y = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} F'_y - \frac{u_0 u_x}{c^2 \sqrt{1-\beta^2}} F'_y \quad (24)$$

$$F_z = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} F'_z - \frac{u_0 u_x}{c^2 \sqrt{1-\beta^2}} F'_z \quad (25)$$

が成立する. (23)~(25)において, 力 \mathbf{F} を速さ \mathbf{u}_0 に無関係な力 \mathbf{F}_c と関係する力 \mathbf{F}_m に分けると

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_c + \mathbf{F}_m \quad (26)$$

$$\mathbf{F}_c = iF'_x + j \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} F'_y + k \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} F'_z \quad (27)$$

$$\mathbf{F}_m = \frac{u_0}{c^2 \sqrt{1-\beta^2}} \{i(u_y F'_y + u_z F'_z) - j u_x F'_y - k u_x F'_z\} \quad (28)$$

を得る.

さて, (13)の力 \mathbf{F}' は座標系 $X'Y'Z'$ で電荷 Q に作用するクーロン力であるとする. このとき電荷 Q_1 による座標系 XYZ 上の Q の位置における電束密度を \mathbf{D}_1 で表すと, Q に作用する力は

$$\mathbf{F}_c = Q \frac{\mathbf{D}_1}{\varepsilon_0} = Q\mathbf{E}_1 \quad (32)$$

であることが示される. ここで $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 = \frac{\mathbf{D}_1}{\varepsilon_0}$ は電荷 Q_1 に起因する電界である. すなわち \mathbf{F}_c は座標系 XYZ において電荷 Q に作用する電荷 Q_1 のクーロン力であることが分かる.

次に速度 $\mathbf{u}_1 = -\mathbf{u}_0$ に関係する力 \mathbf{F}_m は

$$\mathbf{F}_m = Q \left(\mathbf{u} \times \frac{\mathbf{u}_1 \times \mathbf{D}_1}{c^2 \varepsilon_0} \right) \quad (34)$$

と書けることが示される. 上式において $\mathbf{u} = 0$ とおくと $\mathbf{F}_m = \mathbf{0}$, したがって(26)より $\mathbf{F} = \mathbf{F}_c$ となるから \mathbf{F}_m は \mathbf{u}_1 の速度で遠ざかっている電荷 Q_1 により \mathbf{u} の速度で運動する電荷 Q が受ける力であることが分かる.

電荷 Q_1 の速度 \mathbf{u}_1 および電束密度 \mathbf{D}_1 から定まるベクトル量 $\mathbf{B} = \mathbf{B}_1$ を磁束密度として

$$\mathbf{B} = \frac{\mathbf{u}_1 \times \mathbf{D}_1}{c^2 \varepsilon_0} = \mu_0 \mathbf{u}_1 \times \mathbf{D}_1 \quad \left(\mu_0 = \frac{1}{c^2 \varepsilon_0} \right) \quad (35)$$

と定義すれば

$$\mathbf{F}_m = Q(\mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (36)$$

と書けるので, (32), (36), (26) よりローレンツ力 \mathbf{F} の方程式

$$\mathbf{F} = Q(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (37)$$

を得る.

座標系 XYZ 上に単独に存在する電荷 Q_1 の代わりに領域 v_0 を流れる定常的な電荷の流れ(定常電流)を考え, v_0 の点の電荷密度を ρ , 速度を \mathbf{u}_1 , 電流密度を $\mathbf{J} = \rho \mathbf{u}_1$ とおけば, ビオ・サバルの法則に相当する

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v_0} \mathbf{J} \times \frac{\mathbf{r}}{r^3} dv \quad (40)$$

が得られる.

3.2 ローレンツ力方程式からマクスウェル方程式の導出(概論)

座標系 $X'Y'Z'$ 上の静電界 \mathbf{E}' と静磁束密度 \mathbf{B}' は座標系 XYZ で観測すると時間的に変動している電界と磁束密度となる. その座標系 XYZ 上の静電界と磁束密度をそれぞれ \mathbf{E} と \mathbf{B} で表す.

最初に座標系 XYZ 上に電荷 Q は静止している, すなわち $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ 場合を考えると, \mathbf{E}' と \mathbf{E} との関係式として

$$\left. \begin{aligned} E_x &= E_x' \\ E_y &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} (E_y' + u_0 B_z') \\ E_z &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} (E_z' - u_0 B_y') \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

が示される.

次に電荷 Q が座標系 XYZ 上で速度 \mathbf{u} で運動する一般の場合の考察より, \mathbf{B}' と \mathbf{B} との関係式として

$$\begin{aligned} B_x &= B_x' \\ B_y &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(B_y' - \frac{u_0}{c^2} E_z' \right) \\ B_z &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(B_z' + \frac{u_0}{c^2} E_y' \right) \end{aligned} \quad (55)$$

が示される.

座標系 $X'Y'Z'$ 上の電荷密度 ρ' と座標系 XYZ 上の電荷密度 ρ の間には関係式

$$\rho = \frac{1 + \frac{u_0 u_{1x}'}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} \rho' \quad (60)$$

また座標系 $X'Y'Z'$ 上の電流密度 \mathbf{J}' と座標系 XYZ の電流密度 \mathbf{J} の間には関係式

$$J_x = \frac{J_x' + \rho' u_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad J_y = J_y', \quad J_z = J_z' \quad (62)$$

が成り立つ.

以上の準備のもとにローレンツ力方程式と相対性理論からマクスウェルの方程式を導く.

クーロンの法則を公理として認めれば、座標系 $X'Y'Z'$ 上の静電界 \mathbf{E}' 、静磁束密度 \mathbf{B}' に関しては次の関係式が成立する。

$$\nabla' \times \mathbf{E}' = 0 \quad (63)$$

$$\nabla' \cdot \mathbf{E}' = \frac{\rho'}{\varepsilon_0} \quad (64)$$

$$\nabla' \cdot \mathbf{B}' = 0 \quad (65)$$

$$\nabla' \times \mathbf{H}' = \mathbf{J}' \quad (66)$$

このときマクスウェルの方程式

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (70)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (71)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (72)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (73)$$

は、(70)~(73)の左辺に(45)、(55)を代入して(62)~(66)の関係式を適用すれば左辺が得られることより、座標系 XYZ 上の方程式として導出される。

概略以上のような論理の展開により、クーロンの法則と特殊相対性理論を公理として認めればマクスウェルの方程式が導出できることが示される(詳細は次章参照)。

4 公理的電磁気学

古典物理法則に特殊相対性理論を適用すると、本章で明らかのように、途中段階では複雑な式が現れることも多いが最終的な結果は極めて簡潔になる。この事実は特殊相対理論が自然現象の本質を見極めた優れた指導原理であることを示唆している。この確認を含め本文では数式の変形・導出過程も詳細に述べる。

4.1 クーロンの法則からローレンツ力方程式の導出

上述の(6)~(13)の関係は特殊相対性理論⁽⁵⁾の

- ・ 光速不変の原理：真空中の光の速さは光源の運動状態に無関係である。
- ・ 特殊相対性原理：物理法則はすべての慣性系に対して同じ形で表される。

に基づく基本関係式として知られているので数式の導出は省略する。

以下の本文では前章の内容を数式の導出を省略せずに考察する^{(2),(3)}。前章(13)の2つの座標系における \mathbf{F}' と \mathbf{F} との関係式を求める。物体の静止質量を m_0 とすれば進行方向のローレンツ短縮により

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \quad m' = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u'^2}{c^2}}} \quad (14)$$

であるから

$$m' = m \sqrt{\frac{1 - \frac{u^2}{c^2}}{1 - \frac{u'^2}{c^2}}}$$

となる。これを(9)を用いて整理すると

$$\begin{aligned}
1 - \frac{u'^2}{c^2} &= 1 - \frac{u_x'^2 + u_y'^2 + u_z'^2}{c^2} = 1 - \frac{(u_x - u_0)^2 + u_y^2(1 - \beta^2) + u_z^2(1 - \beta^2)}{c^2 \left(1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}\right)^2} \\
&= 1 - \frac{u_x^2 - 2u_x u_0 + u_0^2 + u_y^2(1 - \beta^2) + u_z^2(1 - \beta^2)}{c^2 \left(1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}\right)^2} \\
&= \frac{c^2 - 2u_0 u_x + \frac{u_0^2 u_x^2}{c^2}}{c^2 \left(1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}\right)^2} - \frac{u_x^2(1 - \beta^2) + u_x^2 \beta^2 - 2u_x u_0 + u_0^2 + u_y^2(1 - \beta^2) + u_z^2(1 - \beta^2)}{c^2 \left(1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}\right)^2} \\
&= \frac{c^2}{c^2 \left(1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}\right)^2} - \frac{u_0^2 + u^2(1 - \beta^2)}{c^2 \left(1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}\right)^2} = \frac{c^2 - u_0^2}{c^2 \left(1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}\right)^2} - \frac{u^2(1 - \beta^2)}{c^2 \left(1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}\right)^2} \\
&= \frac{c^2(1 - \beta^2)}{c^2 \left(1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}\right)^2} - \frac{u^2(1 - \beta^2)}{c^2 \left(1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}\right)^2} = \frac{c^2(1 - \beta^2) - u^2(1 - \beta^2)}{c^2 \left(1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}\right)^2} \\
&= \frac{c^2(1 - \beta^2) \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}{c^2 \left(1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}\right)^2} = \frac{(1 - \beta^2) \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}{\left(1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}\right)^2} \\
&\quad \therefore \frac{1 - \frac{u^2}{c^2}}{1 - \frac{u'^2}{c^2}} = \frac{\left(1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}\right)^2}{1 - \beta^2}
\end{aligned}$$

より 関係式

$$m' = m \frac{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (15)$$

を得る．これより

$$F_x' = \frac{d}{dt'} (m' u_x') = \frac{F_x - u_0 \frac{dm}{dt}}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}} \quad (16)$$

$$F_y' = \left(\frac{d}{dt'} m' u_y' \right) = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}} F_y \quad (17)$$

$$F_z' = \frac{d}{dt'} (m' u_z') = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}} F_z. \quad (18)$$

となる．実際，(8)，(15) 用いて (13) の第 1 式の各成分を計算すると

$$\begin{aligned}
F_x' &= \frac{dt}{dt'} \frac{d}{dt} \left(\frac{u_x - u_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} m \right) = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}} \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \frac{d(u_x - u_0) m}{dt} \\
&= \frac{1}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}} \left\{ \frac{d}{dt} (m u_x) - u_0 \frac{dm}{dt} \right\} = \frac{F_x - u_0 \frac{dm}{dt}}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}}
\end{aligned}$$

同様に

$$F_y' = \frac{dt}{dt'} \frac{d}{dt} \left\{ \frac{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} m \cdot \frac{u_y \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}} \right\} = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}} \frac{d}{dt} (m u_y) = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}} F_y$$

$$F_z' = \frac{dt}{dt'} \frac{d}{dt} \left\{ \frac{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} m \cdot \frac{u_z \sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}} \right\} = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}} \frac{d}{dt} (m u_z) = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}} F_z$$

となり (16)~(18) が得られる.

さらに (14) の第 1 式を用いて

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dt} &= \frac{d}{dt} \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{d}{du} \frac{du}{dt} \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = -\frac{1}{2} \frac{m_0}{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{3/2}} \frac{-2u}{c^2} \frac{du}{dt} \\ &= \frac{m_0}{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{3/2}} \frac{u}{c^2} \frac{du}{dt} = \frac{1}{c^2 - u^2} \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} u \frac{du}{dt} \\ &= \frac{1}{c^2 - u^2} \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \frac{\mathbf{u} \cdot d\mathbf{u}}{dt} = \frac{1}{c^2 - u^2} \mathbf{u} \cdot \left(m \frac{d\mathbf{u}}{dt} \right). \end{aligned} \quad (19)$$

と書ける. ここで, $\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} = u^2$ を微分すると $\mathbf{u} \cdot d\mathbf{u} = u du$ が得られることを使った.

(13) 第 2 式から

$$\mathbf{F} = \mathbf{u} \frac{dm}{dt} + m \frac{d\mathbf{u}}{dt} \quad (20)$$

となるので (19), (20) から

$$\begin{aligned} \mathbf{u} \cdot \mathbf{F} &= \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} \frac{dm}{dt} + \mathbf{u} \cdot \left(m \frac{d\mathbf{u}}{dt} \right) = u^2 \frac{dm}{dt} + (c^2 - u^2) \frac{dm}{dt} = c^2 \frac{dm}{dt} \\ \therefore \frac{dm}{dt} &= \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{F}}{c^2} = \frac{u_x F_x + u_y F_y + u_z F_z}{c^2}, \end{aligned} \quad (21)$$

を得る. そこで (21) を (16) に代入すれば, 結局 F_x' は

$$\begin{aligned} F_x' &= \frac{F_x - u_0 \left(\frac{u_x F_x + u_y F_y + u_z F_z}{c^2} \right)}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}} = \frac{F_x \left(1 - \frac{u_0 u_x}{c^2} \right) - \frac{u_0 u_y F_y}{c^2} - \frac{u_0 u_z F_z}{c^2}}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}} \\ &= F_x - \frac{\frac{u_0 u_y}{c^2}}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}} F_y - \frac{\frac{u_0 u_z}{c^2}}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}} F_z \end{aligned} \quad (22)$$

と書ける. (22), (17), (18) をまとめて書くと, \mathbf{F} と \mathbf{F}' の間には関係式

$$\begin{aligned} F_x &= F_x' + \frac{\frac{u_0 u_y}{c^2}}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}} F_y + \frac{\frac{u_0 u_z}{c^2}}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}} F_z \\ &= F_x' + \frac{\frac{u_0 u_y}{c^2}}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}} \frac{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} F_y' + \frac{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \frac{\frac{u_0 u_z}{c^2}}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}} F_z' \\ &= F_x' + \frac{u_0 u_y}{c^2 \sqrt{1 - \beta^2}} F_y' + \frac{u_0 u_z}{c^2 \sqrt{1 - \beta^2}} F_z' \end{aligned} \quad (23)$$

$$F_y = \frac{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} F_y' = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} F_y' - \frac{u_0 u_x}{c^2 \sqrt{1 - \beta^2}} F_y' \quad (24)$$

$$F_z = \frac{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} F_z' = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} F_z' - \frac{u_0 u_x}{c^2 \sqrt{1 - \beta^2}} F_z' \quad (25)$$

が成り立つ.

さて(23)~(25)の関係式は力 \mathbf{F}' の種類によらず成立する関係式であるが、以下では力 \mathbf{F}' はクーロン力であるとする。いま座標系 XYZ 上で観測した力 \mathbf{F} を電荷 Q の運動に関係する(すなわち u_x, u_y, u_z を含む)力 \mathbf{F}_m と関係のしない力 \mathbf{F}_c とに分けると

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_c + \mathbf{F}_m \quad (26)$$

$$\mathbf{F}_c = iF'_x + j\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}F'_y + k\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}F'_z. \quad (27)$$

$$\mathbf{F}_m = \frac{u_0}{c^2\sqrt{1-\beta^2}} \{i(u_yF'_y + u_zF'_z) - ju_xF'_y - ku_xF'_z\} \quad (28)$$

と書ける。いま、座標系 $X'Y'Z'$ 上の電荷 Q の存在する点 (x', y', z') における、点 (x_1', y_1', z_1') に静止する電荷 Q_1 に起因する電束密度を \mathbf{D}_1' とすればクーロンの法則より

$$\mathbf{r}' = i(x' - x_1') + j(y' - y_1') + k(z' - z_1')$$

として

$$\mathbf{D}_1' = iD_{1x}' + jD_{1y}' + kD_{1z}' = \frac{Q_1}{4\pi} \frac{\mathbf{r}'}{r'^3} \quad (29)$$

となるので、電荷 Q に働くクーロン力 \mathbf{F}' は

$$\mathbf{F}' = (F'_x, F'_y, F'_z) = Q \frac{\mathbf{D}_1'}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0} (D_{1x}', D_{1y}', D_{1z}') \quad (30)$$

と書ける。さて電荷は座標変換により不変であるから電荷 Q_1 に基づく電束密度 \mathbf{D}_1' を座標系 XYZ 上で観測したとき

$$\mathbf{D}_1 = iD_{1x} + jD_{1y} + kD_{1z}$$

であるとするれば、座標変換(6)により、座標系 XYZ 上で観測した x 方向の長さは $\sqrt{1-\beta^2}$ 倍に短縮し、 y, z 方向の長さは不変であることを考慮すると、 \mathbf{D}_1 に関して

$$D_{1x} = D_{1x}', \quad D_{1y} = \frac{D_{1y}'}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad D_{1z} = \frac{D_{1z}'}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (31)$$

となる。したがって(27), (30)から

$$\mathbf{F}_c = Q \frac{\mathbf{D}_1}{\varepsilon_0} = Q\mathbf{E}_1 \quad (32)$$

となり \mathbf{F}_c は座標系 XYZ 上で電荷 Q に作用する電荷 Q_1 のクーロン力であることが分かる。実際、(27), (30), (31)から

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_c &= iF'_x + j\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}F'_y + k\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}F'_z \\ &= \frac{Q}{\varepsilon_0} \left\{ iD_{1x}' + j\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}D_{1y}' + k\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}D_{1z}' \right\} \\ &= \frac{Q}{\varepsilon_0} \left\{ iD_{1x} + j\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\sqrt{1-\beta^2}D_{1y} + k\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\sqrt{1-\beta^2}D_{1z} \right\} \\ &= \frac{Q}{\varepsilon_0} \{iD_{1x} + jD_{1y} + kD_{1z}\} = Q \frac{\mathbf{D}_1}{\varepsilon_0} \end{aligned}$$

となる。 ■

次に(28)の \mathbf{F}_m について考察すると

$$\mathbf{F}_m = \frac{1}{c^2\sqrt{1-\beta^2}} \mathbf{u} \times (u_0 \mathbf{i} \times \mathbf{F}') = \frac{1}{c^2\sqrt{1-\beta^2}} \mathbf{u} \times (\mathbf{u}_1 \times \mathbf{F}') \quad (33)$$

と書ける．ところが (30) より

$$\mathbf{u}_1 \times \mathbf{F}' = \mathbf{u}_1 \times \frac{Q\mathbf{D}_1'}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \mathbf{u}_1 \times \mathbf{D}_1' = \frac{Q}{\varepsilon_0} (-j u_0 D_{1z}' + k u_0 D_{1y}')$$

となるので，(31) を考慮すると

$$\mathbf{u}_1 \times \mathbf{F}' = \frac{Q\sqrt{1-\beta^2}}{\varepsilon_0} \left(-j u_0 \frac{D_{1z}'}{\sqrt{1-\beta^2}} + k u_0 \frac{D_{1y}'}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) = \frac{Q\sqrt{1-\beta^2}}{\varepsilon_0} \mathbf{u}_1 \times \mathbf{D}_1$$

と書ける．よって

$$\mathbf{F}_m = Q \left(\mathbf{u} \times \frac{\mathbf{u}_1 \times \mathbf{D}_1}{c^2 \varepsilon_0} \right) \quad (34)$$

を得る．このとき， $\mathbf{u} = 0$ とすれば $\mathbf{F}_m = 0$ ， $\mathbf{F} = \mathbf{F}_c$ となるから \mathbf{F}_m は座標系 XYZ 上で \mathbf{u}_1 の速度で運動している電荷 Q_1 によって \mathbf{u} の速度で運動している電荷 Q が受ける力である．(34) において $\mathbf{u}_1 \times \mathbf{D}_1$ は電荷 Q_1 に基づく電荷電束密度 \mathbf{D}_1 と速度 \mathbf{u}_1 により定まる量であるから，ベクトル量 \mathbf{B} を次のごとく定義して

$$\mathbf{B} = \frac{\mathbf{u}_1 \times \mathbf{D}_1}{c^2 \varepsilon_0} = \mu_0 (\mathbf{u}_1 \times \mathbf{D}_1) \quad \left(\mu_0 \equiv \frac{1}{c^2 \varepsilon_0} \right) \quad (35)$$

これを磁束密度を呼ぶことにすれば，(34) は

$$\mathbf{F}_m = Q (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (36)$$

と書けるので，(32)，(36)，(26) より運動する電荷が受けるローレンツ力 \mathbf{F} の方程式

$$\mathbf{F} = Q (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (37)$$

を得る．

以上によりクーロンの法則を公理として認め特殊相対性理論を適用すればローレンツ力方程式が得られることが示された．

以上の考察は座標系 XYZ 上の 1 個の電荷 Q_1 (座標系 $X'Y'Z'$ 上では静止) に関する考察であるが，座標系 XYZ 上に多数の電荷 Q_1, \dots, Q_n がそれぞれ速度 $\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_n$ の速度で運動している場合は，それぞれの電荷 Q_i ($i = 1, \dots, n$) について座標系 $X'Y'Z'$ 上で電荷 Q_i を観測するとき Q_i が静止して見えるようにそれぞれ座標系 $X'Y'Z'$ を設定する．このとき座標系 XYZ は x' 軸と x 軸を共有し座標系 $X'Y'Z'$ の x' 軸負方向へ速度 $\mathbf{u}_i' = -\mathbf{u}_i$ で並進するように設定すれば，電荷 Q_1, \dots, Q_n による (電荷 Q の存在する位置の) 磁束密度 \mathbf{B} は重ねの理と関係式 (35) より

$$\mathbf{B} = \mu_0 \sum_{i=1}^n (\mathbf{u}_i \times \mathbf{D}_i)$$

これより電荷 Q に働く力 \mathbf{F} は

$$\mathbf{F} = Q \sum_{i=1}^n (\mathbf{E}_i + \mathbf{u} \times \mathbf{B}_i)$$

と書ける．ここで \mathbf{D}_i は座標系 XYZ 上の速度 \mathbf{u}_i で運動する電荷 Q_i による (電荷 Q の存在する位置における) 電束密度である．このように電荷毎に座標系を考えて重ねの理を適用すれば電荷 Q_i の速度 \mathbf{u}_i は任意の速度としてよい．

さらに電荷が領域 v_0 に連続的に分布し各電荷は運動しているが全体としてみれば電荷の流れ (電流) は定常である場合は，総和の代わりに積分によればよい．すなわち座標系 XYZ の領域 v_0 の点の座標を (x_1, y_1, z_1) ，その点の電荷密度を ρ ，速度を \mathbf{u}_1 とし， v_0 を流れる電荷に起因する電束密度を \mathbf{D} と，それぞれ改めておけば観測点 (x, y, z) における \mathbf{D} と \mathbf{B} は

$$\mathbf{r} = \mathbf{i}(x - x_1) + \mathbf{j}(y - y_1) + \mathbf{k}(z - z_1)$$

として

$$\mathbf{D} = \frac{1}{4\pi} \int_{v_0} \rho \frac{\mathbf{r}}{r^3} dv_1 \quad (38)$$

となるので

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v_0} \rho \mathbf{u}_1 \times \frac{\mathbf{r}}{r^3} dv_1$$

として、電荷が定常電流を構成する場合のローレンツ力方程式

$$\mathbf{F} = Q(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \quad (39)$$

を得る．点 (x_1, y_1, z_1) の電流密度 \mathbf{J} に関して

$$\mathbf{J} = \rho \mathbf{u}_1$$

と書けるから、 \mathbf{J} と \mathbf{B} との関係は

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v_0} \mathbf{J} \times \frac{\mathbf{r}}{r^3} dv_1 \quad (40)$$

となる．

ここで、 $\mathbf{D}(x, y, z)$, $\mathbf{B}(x, y, z)$, $\rho(x_1, y_1, z_1)$, $\mathbf{J}(x_1, y_1, z_1)$, $dv_1 = dx_1 dy_1 dz_1$ であり、定常状態を考えているので時間 t は現れない．

4.2 ローレンツ力方程式からマクスウェル方程式の導出

座標系 $X'Y'Z'$ 上の静電界 \mathbf{E}' と静磁束密度 \mathbf{B}'

$$\mathbf{E}' = (E_x', E_y', E_z'), \quad \mathbf{B}' = (B_x', B_y', B_z') \quad (41)$$

を座標系 XYZ 上で観測したとき（変動する）電界 \mathbf{E} と磁束密度 \mathbf{B}

$$\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z, t), \quad \mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z, t)$$

になるとする．いま座標系 $X'Y'Z'$ 上で電荷 Q が速度 \mathbf{u}' で運動しているとすれば、座標系 $X'Y'Z'$ 上での (39) が成立するとして

$$\mathbf{F}' = Q(\mathbf{E}' + \mathbf{u}' \times \mathbf{B}') \quad (42)$$

と書ける．このときに \mathbf{F}' と \mathbf{F} との間に成り立つ関係式（結果は (47)）を求める．

いま座標系 XYZ 上に電荷 Q が静止している場合を考えると、 $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ とした (39) より静止している電荷に力を及ぼすのは電界のみで磁界には無関係であるので

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_c = Q\mathbf{E}$$

となる．したがって (27) より

$$\mathbf{F} = Q\mathbf{E} = iF_x' + j \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} F_y' + k \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} F_z' \quad (43)$$

を得る．座標系 XYZ 上で電荷 Q は静止しているので

$$\mathbf{u}' = -i u_0 = \mathbf{u}_0 = (-u_0, 0, 0) \quad (44)$$

とした (42) より

$$\left. \begin{aligned} E_x &= E_x' \\ E_y &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} (E_y' + u_0 B_z') \\ E_z &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} (E_z' - u_0 B_y') \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

を得る．実際，(42) の (F_x', F_y', F_z') を (43) に代入すると

$$\begin{aligned} Q(E_x, E_y, E_z) &= \left(F_x', \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} F_y', \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} F_z' \right) \\ &= \left(QE_x', \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} Q(E_y' + u_0 B_z'), \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} Q(E_z' - u_0 B_y') \right) \end{aligned}$$

となり，成分を比較して (45) を得る．

次に，電荷 Q が座標系 XYZ 上で任意の速度 \mathbf{u} をもつときには，一般に \mathbf{u}' も各成分をもつので

$$\mathbf{u}' = iu_x' + ju_y' + ku_z' = (u_x', u_y', u_z')$$

となる．いま (23)~(25) の \mathbf{F}' は座標系 $X'Y'Z'$ 上に静電界 \mathbf{E}' と静磁束密度 \mathbf{B}' が存在するときのローレンツ力，すなわち

$$\left. \begin{aligned} F_x' &= Q(E_x' + u_y' B_z' - u_z' B_y') \\ F_y' &= Q(E_y' + u_z' B_x' - u_x' B_z') \\ F_z' &= Q(E_z' + u_x' B_y' - u_y' B_x') \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

として，関係式 (9) を考慮して \mathbf{F} を計算すると

$$\left. \begin{aligned} F_x &= QE_x' + \frac{Q}{\sqrt{1-\beta^2}} \left\{ u_y \left(B_z' + \frac{u_0}{c^2} E_y' \right) - u_z \left(B_y' - \frac{u_0}{c^2} E_z' \right) \right\} \\ F_y &= \frac{Q}{\sqrt{1-\beta^2}} (E_y' + u_0 B_z') + Q \left\{ u_z B_x' - \frac{u_x}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(B_z' + \frac{u_0}{c^2} E_y' \right) \right\} \\ F_z &= \frac{Q}{\sqrt{1-\beta^2}} (E_z' - u_0 B_y') + Q \left\{ \frac{u_x}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(B_y' - \frac{u_0}{c^2} E_z' \right) - u_y B_x' \right\} \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

を得る．実際，(28)，(27) を (26) に代入すると

$$\begin{aligned} \mathbf{F} &= iF_x + jF_y + kF_z = \mathbf{F}_c + \mathbf{F}_m \\ &= iF_x' + \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} (jF_y' + kF_z') \\ &\quad + \frac{u_0}{c^2 \sqrt{1-\beta^2}} \{ i(u_y F_y' + u_z F_z') - ju_x F_y' - ku_x F_z' \} \\ &= i \left\{ F_x' + \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{u_0}{c^2} (u_y F_y' + u_z F_z') \right\} \\ &\quad + j \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(1 - \frac{u_0 u_x}{c^2} \right) F_y' + k \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(1 - \frac{u_0 u_x}{c^2} \right) F_z' \end{aligned}$$

よって，上式(成分比較)より

$$\left. \begin{aligned} F_x &= F_x' + \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{u_0}{c^2} (u_y F_y' + u_z F_z') \\ F_y &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(1 - \frac{u_0 u_x}{c^2} \right) F_y' \\ F_z &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(1 - \frac{u_0 u_x}{c^2} \right) F_z' \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

を得る．また関係式

$$\begin{aligned}
\frac{1-\beta^2}{1-\frac{u_0 u_x}{c^2}} &= \frac{1-\frac{u_0^2}{c^2}}{1-\frac{u_0 u_x}{c^2}} = \frac{1-\frac{u_0 u_x}{c^2} + \frac{u_0 u_x}{c^2} - \frac{u_0^2}{c^2}}{1-\frac{u_0 u_x}{c^2}} \\
&= 1 + \frac{u_0}{c^2} \frac{u_x - u_0}{1-\frac{u_0 u_x}{c^2}} = 1 + \frac{u_0}{c^2} u_x'
\end{aligned} \tag{49}$$

および (46) より (48) の F_x は

$$\begin{aligned}
F_x &= Q(E_x' + u_y' B_z' - u_z' B_y') \\
&+ \frac{Q}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{u_0}{c^2} u_y (E_y' + u_z' B_x' - u_x' B_z') + \frac{Q}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{u_0}{c^2} u_z (E_z' + u_x' B_y' - u_y' B_x') \\
&= Q \left(E_x' + \frac{u_y \sqrt{1-\beta^2}}{1-\frac{u_0 u_x}{c^2}} B_z' - \frac{u_z \sqrt{1-\beta^2}}{1-\frac{u_0 u_x}{c^2}} B_y' \right) \\
&+ \frac{Q}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{u_0}{c^2} u_y (E_y' + u_z' B_x' - u_x' B_z') + \frac{Q}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{u_0}{c^2} u_z (E_z' + u_x' B_y' - u_y' B_x') \\
&= QE_x' + \frac{Q}{\sqrt{1-\beta^2}} u_y \left(\frac{1-\beta^2}{1-\frac{u_0 u_x}{c^2}} B_z' + \frac{u_0}{c^2} E_y' + \frac{u_0}{c^2} u_z' B_x' - \frac{u_0}{c^2} u_x' B_z' \right) \\
&+ \frac{Q}{\sqrt{1-\beta^2}} u_z \left(-\frac{1-\beta^2}{1-\frac{u_0 u_x}{c^2}} B_y' + \frac{u_0}{c^2} E_z' + \frac{u_0}{c^2} u_x' B_y' - \frac{u_0}{c^2} u_y' B_x' \right) \\
&= QE_x' + \frac{Q}{\sqrt{1-\beta^2}} u_y \left\{ \left(1 + \frac{u_0}{c^2} u_x'\right) B_z' + \frac{u_0}{c^2} E_y' + \frac{u_0}{c^2} u_z' B_x' - \frac{u_0}{c^2} u_x' B_z' \right\} \\
&+ \frac{Q}{\sqrt{1-\beta^2}} u_z \left\{ -\left(1 + \frac{u_0}{c^2}\right) u_x' B_y' + \frac{u_0}{c^2} E_z' + \frac{u_0}{c^2} u_x' B_y' - \frac{u_0}{c^2} u_y' B_x' \right\} \\
&= QE_x' + \frac{Q}{\sqrt{1-\beta^2}} u_y \left(B_z' + \frac{u_0}{c^2} E_y' + \frac{u_0}{c^2} u_z' B_x' \right) \\
&- \frac{Q}{\sqrt{1-\beta^2}} u_z \left(u_x' B_y' - \frac{u_0}{c^2} E_z' + \frac{u_0}{c^2} u_y' B_x' \right)
\end{aligned} \tag{50}$$

ここで関係式

$$\frac{u_0}{c^2} u_y u_z' B_x' - \frac{u_0}{c^2} u_z u_y' B_x' = \frac{u_0}{c^2} \left(u_y \frac{u_z \sqrt{1-\beta^2}}{1-\frac{u_0 u_x}{c^2}} - u_z \frac{u_y \sqrt{1-\beta^2}}{1-\frac{u_0 u_x}{c^2}} \right) B_x' \equiv 0$$

が成り立つので、結局 (50) は

$$F_x = QE_x' + \frac{Q}{\sqrt{1-\beta^2}} \left\{ u_y \left(B_z' + \frac{u_0}{c^2} E_y' \right) - u_z \left(u_x' B_y' - \frac{u_0}{c^2} E_z' \right) \right\} \tag{51}$$

と書ける。

また (48) の F_y は (46), (9) より

$$\begin{aligned}
F_y &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}\right) Q (E_y' + u_z' B_x' - u_x' B_z') \\
&= \frac{Q}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}\right) \left(E_y' + \frac{u_z \sqrt{1-\beta^2}}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}} B_x' - \frac{u_x - u_0}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}} B_z' \right) \\
&= \frac{Q}{\sqrt{1-\beta^2}} \left\{ \left(1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}\right) E_y' + u_z \sqrt{1-\beta^2} B_x' - (u_x - u_0) B_z' \right\} \\
&= \frac{Q}{\sqrt{1-\beta^2}} \left\{ (E_y' + u_0 B_z') + u_z \sqrt{1-\beta^2} B_x' - u_x B_z' - \frac{u_0 u_x}{c^2} E_y' \right\} \\
&= \frac{Q}{\sqrt{1-\beta^2}} (E_y' + u_0 B_z') + Q \left\{ u_z B_x' - \frac{u_x}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(B_z' + \frac{u_0}{c^2} E_y' \right) \right\} \tag{52}
\end{aligned}$$

同様に (48) の F_z は (46), (9) より

$$\begin{aligned}
F_z &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}\right) Q (E_z' + u_x' B_y' - u_y' B_x') \\
&= \frac{Q}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}\right) \left(E_z' + \frac{u_x - u_0}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}} B_y' - \frac{u_y \sqrt{1-\beta^2}}{1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}} B_x' \right) \\
&= \frac{Q}{\sqrt{1-\beta^2}} \left\{ \left(1 - \frac{u_0 u_x}{c^2}\right) E_z' + (u_x - u_0) B_y' - u_y \sqrt{1-\beta^2} B_x' \right\} \\
&= \frac{Q}{\sqrt{1-\beta^2}} \left\{ (E_z' - u_0 B_y') + u_x B_y' - \frac{u_0 u_x}{c^2} E_z' - u_y \sqrt{1-\beta^2} B_x' \right\} \\
&= \frac{Q}{\sqrt{1-\beta^2}} (E_z' - u_0 B_y') + Q \left\{ \frac{u_x}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(B_y' - \frac{u_0}{c^2} E_z' \right) - u_y B_x' \right\} \tag{53}
\end{aligned}$$

よって (51)~(53) により (47) が示された。

ローレンツ力方程式 (39) は座標系 XYZ 系では

$$\mathbf{F} = Q (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \tag{54}$$

となるので、電界 \mathbf{E} の成分は (45) で表されるとすれば、関係式 (47) と (54) の成分比較より \mathbf{B} と \mathbf{B}' の関係式

$$\begin{aligned}
B_x &= B_x' \\
B_y &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(B_y' - \frac{u_0}{c^2} E_z' \right) \\
B_z &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(B_z' + \frac{u_0}{c^2} E_y' \right)
\end{aligned} \tag{55}$$

を得る。

続いて座標系 $X'Y'Z'$ 上で電荷密度 ρ' の存在する微小体積を dv' とし、電荷 $\rho' dv'$ の速度は \mathbf{u}_1' であるとす。また座標系 XYZ 上の微小領域 dv で観測すると同電荷は ρdv で \mathbf{u}_1 の速度をもつとする。この電荷は静止している座標系で観測すると $\rho_0 dv_0$ であるとすれば、座標系 $X'Y'Z'$ および XYZ では運動方向にローレンツ短縮するから

$$dv' = dv_0 \left(1 - \frac{u_1'^2}{c^2}\right)^{1/2}, \quad dv = dv_0 \left(1 - \frac{u_1^2}{c^2}\right)^{1/2} \tag{56}$$

ところが電荷量は座標系によらず不変であるから

$$\rho' dv' = \rho dv = \rho_0 dv_0 \tag{57}$$

となる. よって (56), (57) より

$$\frac{\rho}{\rho'} = \frac{dv'}{dv} = \left(\frac{1 - \frac{u_1'^2}{c^2}}{1 - \frac{u_1^2}{c^2}} \right)^{1/2} \quad (58)$$

さらに (9) を用いると

$$\left(\frac{1 - \frac{u_1'^2}{c^2}}{1 - \frac{u_1^2}{c^2}} \right)^{1/2} = \frac{1 + \frac{u_0 u_{1x}'}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (59)$$

が成り立つ. 実際,

$$\begin{aligned} 1 - \frac{u_1'^2}{c^2} &= 1 - \frac{1}{c^2} \frac{(u_{1x}' + u_0)^2}{\left(1 + \frac{u_0 u_{1x}'}{c^2}\right)^2} = \frac{c^2 \left(1 + \frac{u_0 u_{1x}'}{c^2}\right)^2 - (u_{1x}' + u_0)^2}{c^2 \left(1 + \frac{u_0 u_{1x}'}{c^2}\right)^2} \\ &= \frac{c^2 + 2u_0 u_{1x}' + \frac{(u_0 u_{1x}')^2}{c^2} - u_{1x}'^2 - 2u_{1x}' u_0 - u_0^2}{c^2 \left(1 + \frac{u_0 u_{1x}'}{c^2}\right)^2} \\ &= \frac{c^2 + \frac{(u_0 u_{1x}')^2}{c^2} - u_{1x}'^2 - u_0^2}{c^2 \left(1 + \frac{u_0 u_{1x}'}{c^2}\right)^2} = \frac{1 - \frac{u_0^2}{c^2} + \frac{(u_0 u_{1x}')^2}{c^4} - \frac{u_{1x}'^2}{c^2}}{\left(1 + \frac{u_0 u_{1x}'}{c^2}\right)^2} \\ &= \frac{1 - \frac{u_0^2}{c^2} - \frac{u_{1x}'^2}{c^2} \left(1 - \frac{u_0^2}{c^2}\right)}{\left(1 + \frac{u_0 u_{1x}'}{c^2}\right)^2} = \frac{\left(1 - \frac{u_{1x}'^2}{c^2}\right) \left(1 - \frac{u_0^2}{c^2}\right)}{\left(1 + \frac{u_0 u_{1x}'}{c^2}\right)^2} \\ &= \frac{\left(1 - \frac{u_{1x}'^2}{c^2}\right) (1 - \beta^2)}{\left(1 + \frac{u_0 u_{1x}'}{c^2}\right)^2} \end{aligned}$$

上式を整理すると (59) が得られる.

よって, (58), (59) から座標系 $X'Y'Z'$ 上の電荷密度 ρ' と座標系 XYZ 上の電荷密度 ρ の間には

$$\rho(x, y, z, t) = \frac{1 + \frac{u_0 u_{1x}'}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \rho'(x', y', z', t') \quad (60)$$

なる関係式が成立する.

続いて座標系 $X'Y'Z'$ 上の定常電流密度 $\mathbf{J}'(x', y', z')$ と座標系 XYZ の電流密度 $\mathbf{J}(x, y, z, t)$ の関係を求める.

$$\mathbf{J} = iJ_x + jJ_y + kJ_z = \rho \mathbf{u}_1, \quad \mathbf{J}' = iJ_x' + jJ_y' + kJ_z' = \rho' \mathbf{u}_1' \quad (61)$$

とにおいて, (9), (60) を用いて

$$\begin{aligned}
J_x = \rho u_{1x} &= \frac{1 + \frac{u_0 u_{1x}'}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \rho' \cdot \frac{u_{1x}' + u_0}{1 + \frac{u_0 u_{1x}'}{c^2}} \rho' = \frac{\rho' (u_{1x}' + u_0)}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{J_x' + \rho' u_0}{\sqrt{1 - \beta^2}} \\
J_y = \rho u_{1y} &= \frac{1 + \frac{u_0 u_{1x}'}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \rho' \cdot \frac{u_{1y}' \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{u_0 u_{1x}'}{c^2}} = u_{1y}' = J_y' \\
J_z &= \frac{1 + \frac{u_0 u_{1x}'}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \rho' \cdot \frac{u_{1z}' \sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \frac{u_0 u_{1x}'}{c^2}} = \rho' u_{1z}' = J_z' \\
\therefore J_x &= \frac{J_x' + \rho' u_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad J_y = J_y', \quad J_z = J_z' \tag{62}
\end{aligned}$$

なる関係式を得る.

ここで, クーロンの法則を公理として認めれば座標系 $X'Y'Z'$ 上の静電界 \mathbf{E}' , 静磁束密度 \mathbf{B}' に対して次の関係式が成立することを示す.

$$\nabla' \times \mathbf{E}' = 0 \tag{63}$$

$$\nabla' \cdot \mathbf{E}' = \frac{\rho'}{\varepsilon_0} \tag{64}$$

$$\nabla' \cdot \mathbf{B}' = 0 \tag{65}$$

$$\nabla' \times \mathbf{H}' = \mathbf{J}' \tag{66}$$

実際,

(1) (63) の導出: 点 (x_1', y_1', z_1') の電荷 Q による観測点 (x', y', z') における電束密度 $\mathbf{D}'(x', y', z') = \varepsilon_0 \mathbf{E}'(x', y', z')$ は (29) より

$$\mathbf{E}' = \frac{\mathbf{D}'}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\mathbf{r}'}{r'^3} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \nabla' \left(\frac{1}{r'} \right)$$

と書けるので, ベクトル解析の公式より

$$\nabla' \times \mathbf{E}' = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \nabla' \times \nabla' \left(\frac{1}{r'} \right) = \mathbf{0}$$

を得る. ここで ∇' は変数 (x_1', y_1', z_1') に作用する演算子である.

(2) (64) の導出: 電荷の存在する領域 v_0' の点 (x_1', y_1', z_1') における電荷密度を $\rho'(x_1', y_1', z_1')$ とすれば, 観測点 (x', y', z') における電界 $\mathbf{E}'(x', y', z')$ は (38) より

$$\mathbf{E}' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{v_0'} \rho' \frac{\mathbf{r}'}{r'^3} dv' \quad (dv' = dx_1' dy_1' dz_1') \tag{67}$$

と書けるので, v_0' を囲む十分大きな任意の滑らかな閉曲面を S , S で囲まれる領域を V , S の外向き法線を \mathbf{n} とすれば

$$\begin{aligned}
\int_S \mathbf{E}' \cdot \mathbf{n} dS &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{v_0'} \rho' \left(\int_S \frac{\mathbf{r}' \cdot \mathbf{n} dS}{r'^3} \right) dv' = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{v_0'} \rho' \left(\int_S \nabla' \left(\frac{1}{r'} \right) \cdot \mathbf{n} dS \right) dv' \\
&= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{v_0'} (\rho') 4\pi dv' = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_{v_0'} \rho' dv' = \int_V \frac{\rho'}{\varepsilon_0} dV
\end{aligned}$$

となる. Gauss の発散定理より

$$\int_S \mathbf{E}' \cdot \mathbf{n} dS = \int_V \nabla' \cdot \mathbf{E}' dV$$

が成り立つので上 2 式から

$$\int_V \nabla' \cdot \mathbf{E}' dV = \int_V \frac{\rho'}{\varepsilon_0} dV$$

$$\therefore \nabla \cdot \mathbf{E}' = \frac{\rho'}{\varepsilon_0}$$

(3) (65) の導出: 電流が存在する領域 v_0' の点 (x_1', y_1', z_1') の電流密度を $\mathbf{J}'(x_1', y_1', z_1')$ とする. 観測点 (x', y', z') における磁束密度 $\mathbf{B}'(x', y', z')$ は (40) より

$$\mathbf{B}' = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v_0'} \frac{\mathbf{J}' \times \mathbf{r}'}{r'^3} dv' \quad (dv' = dx_1' dy_1' dz_1')$$

が成り立つ. ベクトル解析の公式より

$$\begin{aligned} \mathbf{B}' &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v_0'} \frac{\mathbf{J}' \times \mathbf{r}'}{r'^3} dv' = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v_0'} \mathbf{J}' \times \nabla' \left(\frac{1}{r'} \right) dv' \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v_0'} \left\{ \nabla' \times \left(\frac{\mathbf{J}'}{r'} \right) - \frac{1}{r'} \nabla' \times \mathbf{J}' \right\} dv' = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v_0'} \nabla' \times \left(\frac{\mathbf{J}'}{r'} \right) dv' \end{aligned}$$

ここで $\nabla' \times$ は変数 (x', y', z') に関する演算子であるので $\mathbf{J}'(x_1', y_1', z_1')$ に対して $\nabla' \times \mathbf{J}' = \mathbf{0}$ を使った. ベクトル解析の公式より

$$\nabla' \cdot \mathbf{B}' = \nabla' \cdot \left\{ \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v_0'} \nabla' \times \left(\frac{\mathbf{J}'}{r'} \right) dv' \right\} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v_0'} \nabla' \cdot \left\{ \nabla' \times \left(\frac{\mathbf{J}'}{r'} \right) \right\} dv' = 0$$

ここで

$$\mathbf{A}' = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v_0'} \frac{\mathbf{J}'}{r'} dv' \quad (68)$$

とおけば, \mathbf{A}' は \mathbf{B}' のベクトルポテンシャルと見なすことができる.

(4) (66) の導出: (68) より

$$\begin{aligned} \nabla' \cdot \mathbf{A}' &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v_0'} \nabla' \cdot \left(\frac{\mathbf{J}'}{r'} \right) dv' \quad (dv' = dx_1' dy_1' dz_1') \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v_0'} \left\{ \frac{1}{r'} \nabla' \cdot \mathbf{J}' - \mathbf{J}' \cdot \nabla' \left(\frac{1}{r'} \right) \right\} dv' = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v_0'} \mathbf{J}' \cdot \nabla' \left(\frac{1}{r'} \right) dv' \end{aligned}$$

ここで $\nabla' \cdot$ は変数 (x', y', z') に関する演算子であるので $\mathbf{J}'(x_1', y_1', z_1')$ に対して $\nabla' \cdot \mathbf{J}' = \mathbf{0}$ を使った. 上式の右辺に Gauss の発散定理を適用すると

$$\begin{aligned} \nabla' \cdot \mathbf{A}' &= -\frac{\mu_0}{4\pi} \int_{v_0'} \mathbf{J}' \cdot \nabla' \left(\frac{1}{r'} \right) dv' = -\frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \mathbf{J}' \cdot \nabla' \left(\frac{1}{r'} \right) dv' \\ &= -\frac{\mu_0}{4\pi} \int_S \frac{\mathbf{J}' \cdot \mathbf{n}}{r'} dS \end{aligned}$$

v_0 を内部に含む閉曲面上 S 上では, 電流はすべて体積 v_0 に含まれているので S 上では, $\mathbf{J}' = \mathbf{0}$ となり

$$\nabla' \cdot \mathbf{A}' = 0$$

を得る. 上式とベクトル解析の公式

$$\nabla' \times \mathbf{B}' = \nabla' \times \nabla' \times \mathbf{A}' = \nabla' (\nabla' \cdot \mathbf{A}') - \nabla'^2 \mathbf{A}' = -\nabla'^2 \mathbf{A}'$$

および (68) より

$$\nabla' \times \mathbf{B}' = -\nabla'^2 \mathbf{A}' = -\mu_0 \nabla'^2 \left(\frac{1}{4\pi} \int_{v_0'} \frac{\mathbf{J}'}{r'} dv' \right) = \mu_0 \mathbf{J}' \quad (69)$$

$$\therefore \nabla' \times \mathbf{H}' = \mathbf{J}'$$

を得る. ここで (69) において

$$V = \frac{1}{4\pi} \int_{v_0'} \frac{\mathbf{J}'}{r'} dv'$$

は

$$\nabla'^2 V = -J'$$

を満たすので

$$\nabla'^2 \left(\frac{1}{4\pi} \int_{v_0'} \frac{\mathbf{J}'}{r'} dv' \right) = \mathbf{J}'$$

が成り立つことを使った.

以上により, クーロンの法則の成立を仮定すれば (63)~(66) が成り立つことが示された.

以上の準備のもとにローレン力方程式からマクスウェルの方程式を導く. 以下の導出では, (7) の成立および座標系 $X'Y'Z'$ 上では \mathbf{E} と \mathbf{B} についての t' に関する微分は $\frac{\partial}{\partial t'} = 0$ となることを考慮して演算を進める.

先ず $\nabla \cdot \mathbf{B}$ について考えると, (55) より

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{B} &= \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{\partial B_x'}{\partial x'} + \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{\partial}{\partial y'} \left(B_y' - \frac{u_0}{c^2} E_z' \right) + \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{\partial}{\partial z'} \left(B_z' + \frac{u_0}{c^2} E_y' \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left\{ \frac{\partial B_x'}{\partial x'} + \left(\frac{\partial B_y'}{\partial y'} - \frac{u_0}{c^2} \frac{\partial E_z'}{\partial y'} \right) + \left(\frac{\partial B_z'}{\partial z'} + \frac{u_0}{c^2} \frac{\partial E_y'}{\partial z'} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(\frac{\partial B_x'}{\partial x'} + \frac{\partial B_y'}{\partial y'} + \frac{\partial B_z'}{\partial z'} \right) - \frac{u_0}{c^2 \sqrt{1-\beta^2}} \left(\frac{\partial E_z'}{\partial y'} - \frac{\partial E_y'}{\partial z'} \right) \\ &= \frac{\nabla \cdot \mathbf{B}'}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{u_0}{c^2 \sqrt{1-\beta^2}} (\nabla' \times \mathbf{E}')_x \end{aligned}$$

ところが (65), (63) から右辺の 2 項はいずれも 0 になるから

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{70}$$

が得られる.

次に $\nabla \cdot \mathbf{E}$ については, (45) より

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{\partial E_x'}{\partial x'} + \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{\partial}{\partial y'} (E_y' + u_0 B_z') + \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{\partial E_z}{\partial z'} (E_z' - u_0 B_y') \\ &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left\{ \frac{\partial E_x'}{\partial x'} + \left(\frac{\partial E_y'}{\partial y'} + u_0 \frac{\partial E_z'}{\partial y'} \right) + \left(\frac{\partial E_z'}{\partial z'} - u_0 \frac{\partial E_y'}{\partial z'} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(\frac{\partial E_x'}{\partial x'} + \frac{\partial E_y'}{\partial y'} + \frac{\partial E_z'}{\partial z'} \right) + u_0 \left(\frac{\partial B_z'}{\partial y'} - \frac{\partial B_y'}{\partial z'} \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \{ \nabla' \cdot \mathbf{E}' + u_0 (\nabla' \times \mathbf{B}')_x \} \end{aligned}$$

(64), (66) から

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left\{ \frac{\rho'}{\varepsilon_0} + u_0 (\nabla' \times \mu_0 \mathbf{H}')_x \right\} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left\{ \frac{\rho'}{\varepsilon_0} + u_0 \mu_0 (\nabla' \times \mathbf{H}')_x \right\} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left\{ \frac{\rho'}{\varepsilon_0} + \mu_0 u_0 (J')_x \right\} = \frac{1}{\varepsilon_0 \sqrt{1-\beta^2}} (\rho' + \varepsilon_0 \mu_0 u_0 J_x') \end{aligned}$$

(61) から

$$J_x' = u_{1x}' \rho'$$

となるので, 上式と (60) から

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{1}{\varepsilon_0 \sqrt{1-\beta^2}} \left(\rho' + \frac{u_0 u_{1x}'}{c^2} \rho' \right) = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(1 + \frac{u_0 u_{1x}'}{c^2} \right) \rho' = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \\ \nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon_0}\end{aligned}\tag{71}$$

となる.

次に $\nabla \times \mathbf{E}$ を計算すると, (45), (63), (65) より

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E} &= \mathbf{i} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \mathbf{j} \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) + \mathbf{k} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \\ &= \mathbf{i} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{\partial}{\partial y'} (E_z' - u_0 B_y') - \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{\partial}{\partial z'} (E_y' + u_0 B_z') \right\} \\ &\quad + \mathbf{j} \left\{ \frac{\partial E_x'}{\partial z'} - \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \right)^2 \frac{\partial}{\partial x'} (E_z' - u_0 B_y') \right\} + \mathbf{k} \left\{ \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \right)^2 \frac{\partial}{\partial x'} (E_y' + u_0 B_z') - \frac{\partial E_x'}{\partial y'} \right\} \\ &= \mathbf{i} \left[\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left\{ \left(\frac{\partial E_z'}{\partial y'} - u_0 \frac{\partial B_y'}{\partial y'} \right) - \left(\frac{\partial E_y'}{\partial z'} + u_0 \frac{\partial B_z'}{\partial z'} \right) \right\} \right] \\ &\quad + \mathbf{j} \left\{ \frac{\partial E_x'}{\partial z'} - \frac{1}{1-\beta^2} \left(\frac{\partial E_z'}{\partial x'} - u_0 \frac{\partial B_y'}{\partial x'} \right) \right\} + \mathbf{k} \left\{ \frac{1}{1-\beta^2} \left(\frac{\partial E_y'}{\partial x'} + u_0 \frac{\partial B_z'}{\partial x'} \right) - \frac{\partial E_x'}{\partial y'} \right\} \\ &= \mathbf{i} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left\{ \left(\frac{\partial E_z'}{\partial y'} - \frac{\partial E_y'}{\partial z'} \right) - u_0 \left(\frac{\partial B_x'}{\partial x'} + \frac{\partial B_y'}{\partial y'} + \frac{\partial B_z'}{\partial z'} \right) + u_0 \frac{\partial B_x'}{\partial x'} \right\} \\ &\quad + \mathbf{j} \left\{ \frac{\partial E_x'}{\partial z'} - \frac{1-\beta^2 + \beta^2}{1-\beta^2} \frac{\partial E_z'}{\partial x'} + \frac{u_0}{1-\beta^2} \frac{\partial B_y'}{\partial x'} \right\} + \mathbf{k} \left\{ \frac{1-\beta^2 + \beta^2}{1-\beta^2} \frac{\partial E_y'}{\partial x'} + \frac{u_0}{1-\beta^2} \frac{\partial B_z'}{\partial x'} - \frac{\partial E_x'}{\partial y'} \right\} \\ &= \mathbf{i} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left\{ \left(\frac{\partial E_z'}{\partial y'} - \frac{\partial E_y'}{\partial z'} \right) - u_0 \left(\frac{\partial B_x'}{\partial x'} + \frac{\partial B_y'}{\partial y'} + \frac{\partial B_z'}{\partial z'} \right) + u_0 \frac{\partial B_x'}{\partial x'} \right\} \\ &\quad + \mathbf{j} \left\{ \left(\frac{\partial E_x'}{\partial z'} - \frac{\partial E_z'}{\partial x'} \right) + \frac{u_0}{1-\beta^2} \frac{\partial B_y'}{\partial x'} - \frac{\beta^2}{1-\beta^2} \frac{\partial E_z'}{\partial x'} \right\} \\ &\quad + \mathbf{k} \left\{ \left(\frac{\partial E_y'}{\partial x'} - \frac{\partial E_x'}{\partial y'} \right) + \frac{u_0}{1-\beta^2} \frac{\partial B_z'}{\partial x'} + \frac{\beta^2}{1-\beta^2} \frac{\partial E_y'}{\partial x'} \right\} \\ &= \mathbf{i} \left[\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left\{ (\nabla' \times \mathbf{E}')_x - u_0 (\nabla' \cdot \mathbf{B}') - \frac{\partial B_x'}{\partial t} \right\} \right] \\ &\quad + \mathbf{j} \left[\left(\frac{\partial E_x'}{\partial z'} - \frac{\partial E_z'}{\partial x'} \right) + \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left\{ \frac{u_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{\partial B_y'}{\partial x'} - \frac{u_0}{c^2} \frac{u_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{\partial E_z'}{\partial x'} \right\} \right] \\ &\quad + \mathbf{k} \left[\left(\frac{\partial E_y'}{\partial x'} - \frac{\partial E_x'}{\partial y'} \right) + \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left\{ \frac{u_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{\partial B_z'}{\partial x'} + \frac{u_0}{c^2} \frac{u_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{\partial E_y'}{\partial x'} \right\} \right] \\ &= \mathbf{i} \left[\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left\{ (\nabla' \times \mathbf{E}')_x - u_0 (\nabla' \cdot \mathbf{B}') - \frac{\partial B_x'}{\partial t} \right\} \right] \\ &\quad + \mathbf{j} \left\{ (\nabla' \times \mathbf{E}')_y + \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(-\frac{\partial B_y'}{\partial t} + \frac{u_0}{c^2} \frac{\partial E_z'}{\partial t} \right) \right\} + \mathbf{k} \left\{ (\nabla' \times \mathbf{E}')_z + \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(-\frac{\partial B_z'}{\partial t} - \frac{u_0}{c^2} \frac{\partial E_y'}{\partial t} \right) \right\} \\ &= \mathbf{i} \left(-\frac{\partial B_x'}{\partial t} \right) - \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(B_y' - \frac{u_0}{c^2} E_z' \right) \right\} - \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(B_z' + \frac{u_0}{c^2} E_y' \right) \right\}\end{aligned}$$

(55) を代入すると

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \left(\mathbf{i} \frac{\partial B_x}{\partial t} + \mathbf{j} \frac{\partial B_y}{\partial t} + \mathbf{k} \frac{\partial B_z}{\partial t} \right) = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\tag{72}$$

最後に $\nabla \times \mathbf{H}$ を計算すると, (55)より

$$\begin{aligned}
\nabla \times \mathbf{H} &= \frac{1}{\mu_0} \left\{ \mathbf{i} \left(\frac{\partial B_z}{\partial y} - \frac{\partial B_y}{\partial z} \right) + \mathbf{j} \left(\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) + \mathbf{k} \left(\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \right) \right\} \\
&= \frac{\mathbf{i}}{\mu_0} \left[\frac{\partial}{\partial y'} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(B_z' + \frac{u_0}{c^2} E_y' \right) \right\} - \left\{ \frac{\partial}{\partial z'} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(B_y' - \frac{u_0}{c^2} \partial E_z' \right) \right\} \right] \\
&\quad + \frac{\mathbf{j}}{\mu_0} \left\{ \frac{\partial B_x'}{\partial z'} - \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{\partial}{\partial x'} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(B_z' + \frac{u_0}{c^2} E_y' \right) \right\} \right\} \\
&\quad + \frac{\mathbf{k}}{\mu_0} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{\partial}{\partial x'} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(B_y' - \frac{u_0}{c^2} E_z' \right) \right\} - \frac{\partial B_x'}{\partial y'} \right\} \\
&= \frac{\mathbf{i}}{\mu_0} \left[\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left\{ \frac{\partial B_z'}{\partial y'} - \frac{\partial B_y'}{\partial z'} + \frac{u_0}{c^2} \left(\frac{\partial E_y'}{\partial y'} + \frac{\partial E_z'}{\partial z'} \right) \right\} \right] \\
&\quad + \frac{\mathbf{j}}{\mu_0} \left\{ \frac{\partial B_x'}{\partial z'} - \frac{1}{1-\beta^2} \left(\frac{\partial B_z'}{\partial x'} + \frac{u_0}{c^2} \frac{\partial E_y'}{\partial x'} \right) \right\} + \frac{\mathbf{k}}{\mu_0} \left\{ \frac{1}{1-\beta^2} \left(\frac{\partial B_y'}{\partial x'} - \frac{u_0}{c^2} \frac{\partial B_z'}{\partial x'} \right) - \frac{\partial B_x'}{\partial y'} \right\} \\
&= \frac{\mathbf{i}}{\mu_0} \left[\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(\nabla \times \mathbf{B}' \right)_x + \frac{u_0}{c^2} \left(\frac{\partial E_y'}{\partial y'} + \frac{\partial E_z'}{\partial z'} \right) \right] \\
&\quad + \frac{\mathbf{j}}{\mu_0} \left\{ \frac{\partial B_x'}{\partial z'} - \frac{1-\beta^2 + \beta^2}{1-\beta^2} \frac{\partial B_z'}{\partial x'} - \frac{u_0}{c^2} \frac{1}{1-\beta^2} \frac{\partial E_y'}{\partial x'} \right\} \\
&\quad + \frac{\mathbf{k}}{\mu_0} \left\{ \frac{1-\beta^2 + \beta^2}{1-\beta^2} \frac{\partial B_y'}{\partial x'} - \frac{u_0}{c^2} \frac{1}{1-\beta^2} \frac{\partial B_z'}{\partial x'} - \frac{\partial B_x'}{\partial y'} \right\} \\
&= \frac{\mathbf{i}}{\mu_0} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left\{ \left(\frac{\partial B_z'}{\partial y'} - \frac{\partial B_y'}{\partial z'} \right) + \frac{u_0}{c^2 \sqrt{1-\beta^2}} \left(\frac{\partial E_x'}{\partial x'} + \frac{\partial E_y'}{\partial y'} + \frac{\partial E_z'}{\partial z'} \right) - \frac{u_0}{c^2 \sqrt{1-\beta^2}} \frac{\partial E_x'}{\partial x'} \right\} \\
&\quad + \frac{\mathbf{j}}{\mu_0} \left\{ \left(\frac{\partial B_x'}{\partial z'} - \frac{\partial B_z'}{\partial x'} \right) - \frac{u_0}{c^2 (1-\beta^2)} \frac{\partial E_y'}{\partial x'} - \frac{\beta^2}{1-\beta^2} \frac{\partial B_z'}{\partial z'} \right\} \\
&\quad + \frac{\mathbf{k}}{\mu_0} \left\{ \left(\frac{\partial B_y'}{\partial x'} - \frac{\partial B_x'}{\partial y'} \right) - \frac{u_0}{c^2 (1-\beta^2)} \frac{\partial E_z'}{\partial x'} + \frac{\beta^2}{1-\beta^2} \frac{\partial B_y'}{\partial x'} \right\} \\
&= \frac{\mathbf{i}}{\mu_0} \left[\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left\{ \left(\nabla' \times \mathbf{B}' \right)_x + \frac{u_0}{c^2 \sqrt{1-\beta^2}} \left(\nabla' \cdot \mathbf{E}' \right) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial E_x'}{\partial t} \right\} \right] \\
&\quad + \frac{\mathbf{j}}{\mu_0} \left\{ \left(\frac{\partial B_x'}{\partial z'} - \frac{\partial B_z'}{\partial x'} \right) - \frac{u_0}{c^2 (1-\beta^2)} \frac{\partial E_y'}{\partial x'} - \frac{u_0}{c^2} \frac{u_0}{1-\beta^2} \frac{\partial B_z'}{\partial z'} \right\} \\
&\quad + \frac{\mathbf{k}}{\mu_0} \left\{ \left(\frac{\partial B_y'}{\partial x'} - \frac{\partial B_x'}{\partial y'} \right) - \frac{u_0}{c^2 (1-\beta^2)} \frac{\partial E_z'}{\partial x'} + \frac{u_0}{c^2} \frac{u_0}{1-\beta^2} \frac{\partial B_y'}{\partial x'} \right\} \\
&= \frac{\mathbf{i}}{\mu_0} \left[\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left\{ \left(\nabla' \times \mathbf{B}' \right)_x + \frac{u_0}{c^2 \sqrt{1-\beta^2}} \left(\nabla' \cdot \mathbf{E}' \right) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial E_x'}{\partial t} \right\} \right] \\
&\quad + \frac{\mathbf{j}}{\mu_0} \left[\left(\frac{\partial B_x'}{\partial z'} - \frac{\partial B_z'}{\partial x'} \right) + \frac{1}{c^2 \sqrt{1-\beta^2}} \left\{ -\frac{u_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{\partial}{\partial x'} \left(E_y' - \frac{u_0}{c^2} \frac{\partial B_z'}{\partial z'} \right) \right\} \right] \\
&\quad + \frac{\mathbf{k}}{\mu_0} \left[\left(\frac{\partial B_y'}{\partial x'} - \frac{\partial B_x'}{\partial y'} \right) + \frac{1}{c^2 \sqrt{1-\beta^2}} \left\{ -\frac{u_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \frac{\partial}{\partial x'} \left(E_z' + \frac{u_0}{c^2} B_y' \right) \right\} \right] \\
&= \frac{\mathbf{i}}{\mu_0} \left[\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left\{ \mu_0 \left(\nabla' \times \mathbf{H}' \right)_x + \frac{u_0}{c^2 \sqrt{1-\beta^2}} \left(\nabla' \cdot \mathbf{E}' \right) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial E_x'}{\partial t} \right\} \right] \\
&\quad + \frac{\mathbf{j}}{\mu_0} \left\{ \mu_0 \left(\nabla' \times \mathbf{H}' \right)_y + \frac{1}{c^2 \sqrt{1-\beta^2}} \left(\frac{\partial E_y'}{\partial t} + u_0 \frac{\partial B_z'}{\partial t} \right) \right\} \\
&\quad + \frac{\mathbf{k}}{\mu_0} \left\{ \mu_0 \left(\nabla' \times \mathbf{H}' \right)_z + \frac{1}{c^2 \sqrt{1-\beta^2}} \left(\frac{\partial E_z'}{\partial t} - u_0 \frac{\partial B_y'}{\partial t} \right) \right\}
\end{aligned}$$

さらに (64), (66) を代入し, (45) を用いて整理すると,

$$\begin{aligned}
\nabla \times \mathbf{H} &= \frac{\mathbf{i}}{\mu_0} \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \mu_0 J_x' + \frac{u_0}{c^2 \sqrt{1-\beta^2}} \frac{\rho'}{\varepsilon_0} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial E_x'}{\partial t} \right) \\
&+ \frac{\mathbf{j}}{\mu_0} \left\{ \mu_0 J_y' + \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} (E_y' + u_0 B_z') \right\} \\
&+ \frac{\mathbf{k}}{\mu_0} \left\{ \mu_0 J_z' + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} (E_z' - u_0 B_y') \right\} \\
&= \frac{\mathbf{i}}{\mu_0} \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(\mu_0 J_x' + \frac{u_0}{c^2 \varepsilon_0} \rho' \right) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial E_x}{\partial t} \right) \\
&+ \frac{\mathbf{j}}{\mu_0} \left(\mu_0 J_y' + \frac{1}{c^2} \frac{\partial E_y}{\partial t} \right) + \frac{\mathbf{k}}{\mu_0} \left(\mu_0 J_z' + \frac{1}{c^2} \frac{\partial E_z}{\partial t} \right) \\
&= \mathbf{i} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} (J_x' + u_0 \rho') + \varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} \right\} + \mathbf{j} \left(J_y' + \varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \right) + \mathbf{k} \left(J_z' + \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} \right)
\end{aligned}$$

(62) を用いて

$$\begin{aligned}
\nabla \times \mathbf{H} &= (\mathbf{i}J_x + \mathbf{j}J_y + \mathbf{k}J_z) + \varepsilon_0 \left(\mathbf{i} \frac{\partial E_x}{\partial t} + \mathbf{j} \frac{\partial E_y}{\partial t} + \mathbf{k} \frac{\partial E_z}{\partial t} \right) \\
&= \mathbf{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}
\end{aligned} \tag{73}$$

を得る. 以上によりローレンツ力方程式 (42) からマックスウェルの方程式の方程式 (70)~(73) が導かれた.

以上第 4.1 節と第 4.2 節よりクーロンの法則から, 特殊相対性理論を適用することにより, マックスウェルの方程式を導くことができることが示された.

5 おわりに

電磁気学の法則は, 実験は必ず実験誤差をとまなうので, 実験による正確な検証は不可能である. そのため電磁気学の法則は, 長い年月の多くの実験によりある実験誤差の範囲内で成立することが示され, 反例も報告されていなければ, 正しいとされる. この検証法では, 例えば長い間正しいと認められていたニュートン力学の法則が物体の運動速度が光速に近づくとき正確には成立しないことが判明したように, 将来何らかの訂正が必要になる可能性は皆無ではない.

本文では主に参考文献 (2),(3) に従い, 「クーロンの法則」と「特殊相対原理」を公理として認めればマックスウェルの方程式を導出できることを確認した. この導出は「クーロン力は距離の 2 乗に正確に反比例する」が正確に 2 乗でなければできない. この事実は実験に基づくクーロンの法則の幾多の確認よりも, さらに強固にこの法則が正しいことを示唆しているように思われる.

アインシュタインの「結局は経験から独立した思考の産物である数学が, どうしてこんなに見事に事物に適合するのであろうか」(5) を参照するまでもなく, 電磁気現象の構造はまるで数学のように公理的であるように思われる. 特殊相対性理論を満たすように 4 次元的に書き直されたマックスウェルの方程式はこれ以上簡単には表現できないと思わせるほど簡潔な表現となることが知られている. これは物理現象を公理的に考察する場合, 特殊相対性理論はその指導原理の 1 つであることを確信させる.

参考文献

- (1) 岡村総吾:「電磁気学Ⅰ」 岩波書店, (1968)
- (2) 岡村総吾:「電磁気学Ⅱ」 岩波書店, (1970)
- (3) 岡村総吾:「電磁気学Ⅲ」 岩波書店, (1971)
- (4) 砂川重信:「理論電磁気学」 紀伊國屋書店, (1975)
- (5) 中野薫夫:「相対性理論」 岩波書店, (2006)
- (6) 菅野禮嗣:「微分形式による特殊相対論」 丸善, (1996)

蒲郡にある姓名から歴史を偲ぶ

橋本孝明*

(2011年9月30日受理)

Histories in Connection with Some Surnames in Gamagori

Takaaki Hashimoto*

(Received September 30, 2011)

1. はじめに

筆者は、昭和20年、当時の愛知県宝飯郡蒲郡町大字清田の安楽寺塔頭光正院で生まれた。その後、父親の生家である蒲郡町大字清田字橋詰に転居し、高校卒業までをそこで過ごし、その後名古屋市、豊田市に転居して、平成12年4月に再び故郷蒲郡の住民となり、今日に至っている。産まれてから高校卒業までの18年間はもちろん、故郷を離れていた間も、蒲郡を折りに触れ考える気持は強く、再度故郷の住民に戻ってからは、「蒲郡よろづ学」を創設して、蒲郡に関するさまざまな事柄を少しずつ調べて蓄積している。

この小文は、蒲郡の姓名について知り得たことを、私見を交えて書いたものである。ひとりでも多くの方の目に留まれば幸いである。蒲郡には、歴史的に興味深い姓名が数多くあり、ルーツを探るのも人生の楽しみ方のひとつではないかと筆者は考えている。今回は大勢力の姓名2つを取り上げる。

2. 小田

最初に小田を取り上げたのは、筆者の北部小学校同級生、特に清田地区同級生の中に非常に多かった記憶があるからである。この姓は、蒲郡中学校に入学してから、東部学区五井地区にも数多く存在することがわかった。

「おだ」と聞くと、戦国時代の風雲児織田信長の「織田」が思い出される。この織田一族がこの地に定着して「小田」を称したのかと、若い頃の筆者は想像していたが全

く違うようである。「織田」は越前国と尾張国の守護斯波氏の越前織田荘をまかされていた荘司が「織田」を名乗ったもので、「小田」は常陸国(今の茨城県)の守護小田氏が、その昔蒲郡に流れ着いて根を張ったものである。

常陸国の守護小田氏は、天菴氏治の時、家臣の謀反にあったこともあって、近隣の守護勢力との争いに敗れ、常陸国を追われた。その後、縁者(室町幕府中枢とも関係のあったと推測される香縁尼と考えられている)を頼って、駿河、伊勢と流れ、結局蒲郡の地に定着したものであるようだ。小田氏の蒲郡定着には、蒲郡の地は熊野の影響が深く、熊野と伊勢の関係もあったのではないかとと思われる。

清田町と坂本町の境にある陣の山(あるいは弘法山)の東麓にある青洞山慈恩寺は室町幕府ゆかりの寺とも言われており、小田氏による蒲郡定着の足跡かも知れない。一説には、青洞山慈恩寺(浄土宗西山深草派)はかつて清水山慈恩寺と呼ばれた尼寺であったとも言われており、そうであれば、熊野比丘尼の拠点としての隆盛が偲ばれた寺である。

その後、小田氏は蒲郡清田郷で勢力を扶植し、五井郷から中心部の蒲形郷へと進出していったのではないだろうか。現在「清田」と書かれている地名が、古文書に「勢田」と記述されているとの記事を見ると「勢」は「伊勢」を思い起こすとともに、かつての常陸国守護としての繁栄を取り戻すための、小田氏の並々ならぬ決意が筆者には伝わってくる。

* 愛知工科大学自動車短期大学、〒443-0047 愛知県蒲郡市西迫町馬乗50-2
Aichi University of Technology Automotive Junior College, 50-2 Manori, Nishihasama-cho, Gamagori, Aichi 443-0047, Japan

3. 大 場

次に大場を取り上げたのは、筆者が蒲郡中学校に入学してから、東部学区豊岡地区に数多く存在することがわかったからである。

「おおば」と聞くと、漢字で「大場」あるいは「大庭」のいずれかを思い出す人が大部分であろう。他には「大羽」が出てくるくらいと思われる。蒲郡の「おおば」は「大場」であるが、元来は鎌倉時代の名門「大庭」から由来のものであり、同類であろう。

源頼朝が蛭ヶ小島において、平家追討の兵を挙げたが、石橋山の合戦で完膚なきまでに叩き潰されて、かろうじて命拾いをしたが、その時の敵の平家方大将こそ大庭景親なのである。その後、紆余曲折があつて、平家は滅び、頼朝が鎌倉に幕府を開くのであるが、景親は許されて、領国のひとつ額田郡幸田深溝郷に居を構えて、子孫が定着したのである。幸田深溝郷居住と同時か、その後考えるところがあつてか、「大庭」から「大場」に改姓したようである。(大庭氏は源氏の郎党との記述をどこかで見た記憶もあるが、やはり大庭氏は平家方の有力武将と考える方が筆者は良いように思われる。)

大場氏は幸田深溝郷で勢力を扶植し、深溝城を中心に、蒲郡竹谷まで勢力拡大して栄えていた。時代が下って戦国時代、松平三代信光の計略に掛かり、深溝城が落とされて幸田深溝郷の大場一族は没落してしまったようである。深溝城落城前後、大場一族の幼少者何人かが落ち延びて、蒲郡東部地区の当時牧山と呼ばれた地域の有力者の下で育てられたのであろう。牧山には深溝大場氏の姻戚者が有力者として居たのであろう。大場氏は貴種として育てられ、徐々に一族を増加させて蒲郡における大勢力になったものと考えられる。

4. おわりに

蒲郡に関係する大勢力の姓名のうち「小田」と「大場」を取り上げてそれらの由来を考えてみた。姓名にはそれぞれの歴史的背景があり、ルーツを自由に探ることは実に楽しいことである。蒲郡には興味ある姓名が他にも数多くあり、筆者は今後も精力的に先人の跡を調査収集し、自由な発想も交えた成果を蓄積して、機会を得て公開したいと考えている。

正多角形の作図問題と二次方程式に関する一考察

大迫尚行*

(2011年9月30日受理)

A Study on the Relationship Between Drawing the Regular Polygons and the Quadratic Equations

Naoyuki Ohsako*

(Received September 30, 2011)

Abstract

By finding the roots of the cyclotomic polynomials within the elementary mathematics, basically solving some quadratic equations, I have studied the problem to draw the regular polygon with a ruler and compasses. Two cases of 5 and 17 regular polygons, for examples, are analysed, and the procedure of drawings of 17 regular polygon are given.

キーワード：正多角形，円周等分多項式，フェルマー素数，二次方程式，根と係数との関係

Keywords: Regular Polygons, Cyclotomic Polynomials, Fermat Primes, Quadratic Equations, Relationship between Roots and Coefficients

1. はじめに

定規とコンパスを用いて，正多角形を作図する問題は，古代ギリシャ時代から取り上げられていて，正三角形，正方形，正五角形，正十五角形およびこれらの角を二等分割した正多角形は，作図できることが知られていた．幾何学の父といわれる Euclid が記した「原論」の第1巻に正三角形および正方形の作図法が示されている [1]．

定規とコンパスを使う機会は，中学校の数学の授業以外にほとんどないであろう．著者もそのころに正三角形と正方形および正六角形を作図した程度である．

本論文を執筆するようになった経緯を述べる．平素大変お世話になっている著者の主治医が，正十七角形の作図の話をして，著者もそれに触発され，インターネットや本で調べるようになった．因みにその先生の伯父は，ご存命ではないが，整数論を専門とされる世界的に高名な数学者で，代数学の名著も沢山執筆された．また，著者自身は，以前幾何学の授業を担当していたときに，定規やコンパスと同じ機能を持つ KSEG というフリーソ

フトを利用していた．このソフトは，使えば使うほど幾何学的センスが身につく，著者のお気に入りのソフトの一つである．この正十七角形も KSEG で描いてみようという興味を抱くようになった．

正十七角形は，頂点の数が素数であるので，前述の古代ギリシャ時代のころは，作図できるか未解決であった．その約二千年後の 1796 年 3 月 29 日に当時 19 歳であったドイツの数学者ガウスは，正十七角形が作図できることを示し，一般の正多角形が作図可能であるための必要十分条件も与えた [2]．自分のアイデアを滅多に公言しないガウスも，この結果を非常に喜び，墓標にも正十七角形を刻んでもらうように懇願したほどであったが，さすがにそれは困難で実現されなかった．ガウスは，これを機に数学者になる決心をしたといわれる．

作図可能な演算が四則と平方根であることから，作図可能な正 N 角形は，それらの頂点と円周等分多項式 $z^N - 1$ の根とを対応させたとき，それらの根も四則と平方根のみで表されるときに限られる．代数方程式の根の理論として，ガロア理論 [1,3] が知られるが，代数学を

* 愛知工科大学基礎教育センター，〒443-0047 愛知県蒲郡市西迫町馬乗 50-2
Basic Education Center, Aichi University of Technology, 50-2 Manori, Nishihasama-cho, Gamagori 443-0047, Japan

熟知していなければ、難解であるので、本論文では、この理論を用いずに、初等数学の知識の範囲で考察する。作図可能な正多角形に対応する円周等分多項式の根から、根と係数の関係を用いて二次方程式を導出していくが、この導出過程が作図の根本的な解法を与える。

2. 作図可能な演算

作図可能な演算について述べる前に、その基礎となる作図をいくつか確認してみよう。ここで、作図とは、定規とコンパスのみを使った作図を指し、定規は直線を引くときのみ、コンパスは円を描くときのみ用いる。以後、特に断りが無い限り、作図とはこのコンパスと定規による作図を意味することとする。

まず、線分の垂直二等分線は、線分の両端点から等距離にある点をコンパスで二つ作図して、この二点を通る直線で定まり、線分の中点は、その垂直二等分線との共有点となる (Fig.1)。

角の二等分線は、角を挟む二直線から等しい距離にある点をコンパスで一つ作図して、この点と角の頂点とを通る直線で定まる (Fig.2)。

直線 l とその直線上にない一点 A を与えたとき、点 A を通り、直線 l に垂直な直線は、中心を点 A にとり、直線 l と共有点を二つ持つ円を描き、この二点を結ぶ線分の垂直二等分線である。また、この垂直二等分線と円との二つの共有点とを結ぶ線分の垂直二等分線は、点 A を通り、直線 l に平行な直線である (Fig.3)。

長さ 1 の線分と、それに対して長さ a および b の線分を

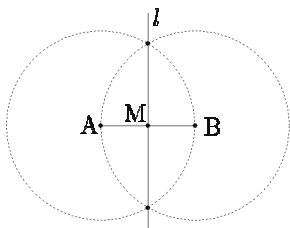


Fig. 1 線分ABの垂直二等分線と中点M

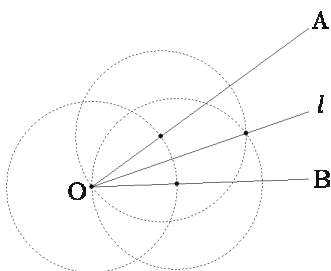


Fig. 2 $\angle AOB$ の二等分線 l

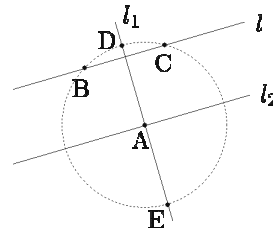


Fig. 3 点 A を通り、直線 l に垂直な直線 l_1 (線分 BC の垂直二等分線) および平行な直線 l_2 (線分 DE の垂直二等分線)

与える。このとき、 $a + b$, $a - b$, $a \cdot b$, $\frac{a}{b}$, \sqrt{a} の長さの線分の作図ができることを示す。線分の和と差の作図は明らかであるので、積、商および平方根の作図を Fig.4, Fig.5, Fig.6 に示す。それぞれの図において、 $OP = 1$, $OA = a$, $OB = b$ として、作図した長さの線分が OQ である。

積の作図 Fig.4 は、二つの相似な三角形の二辺の比を用いている。まず、あらかじめ適当に $\triangle OBP$ を作図しておく。次に、線分 OP 上またはその延長線上に $OA = a$ となる点 A をとる。この点を通り、線分 BP に平行な直線を引き、これと線分 OB または、その延長線との共有点を Q とすれば、 $\triangle OQA$ は $\triangle OBP$ と相似となり、したがって、 $OQ = a \cdot b$ となる。

商の作図 Fig.5 は、積の作図 Fig.4 において、点 A のとりかたを線分 OB 上またはその延長線上に変えて、この点を通り、線分 BP に平行な直線と線分 OP 上またはその延長線との共有点を Q としたときの、線分 OQ で求まる。

平方根の作図 Fig.6 は、三平方の定理を用いている。まず、線分 AP の中点 M をとる。次に、この点を中心とし、直径 AP の円を描く。この円と点 O を通り、線分 AP と垂直な直線との共有点の一つを Q とする。このときに作られる直角三角形 OMQ において、三平方の定理を用いれば、 $OQ = \sqrt{a}$ となる。

特に、平方根の根号の中の式が $a^2 + b^2$ または $a^2 - b^2$ のときは、次の Fig.7 による作図が簡単である。

Fig.7 において、線分 $OA = a$ に垂直な線分 $OB = b$ を作図

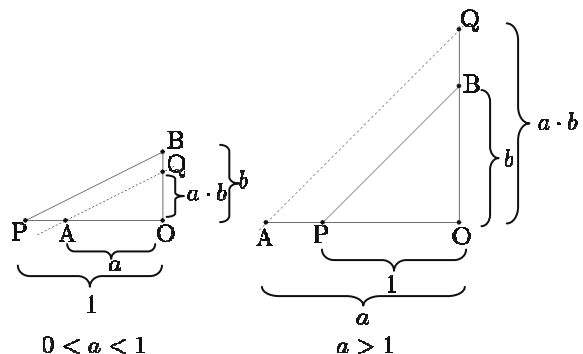


Fig. 4 二つの線分の長さの積の作図

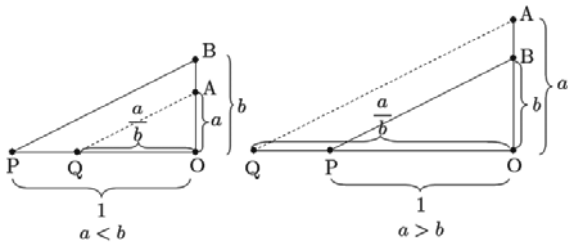


Fig. 5 二つの線分の長さの商の作図

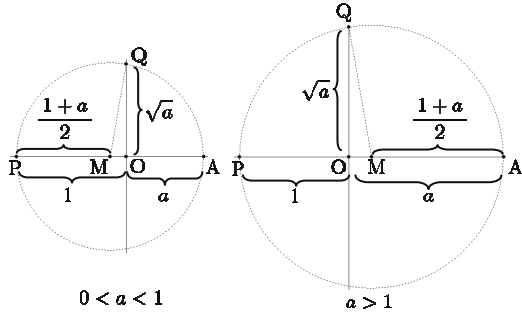


Fig. 6 線分の長さの平方根の作図

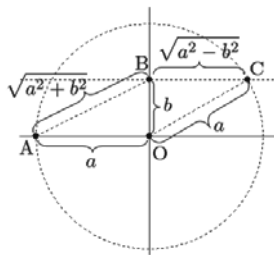


Fig. 7 $\sqrt{a^2 + b^2}$ および $\sqrt{a^2 - b^2}$ の作図

すれば、三平方の定理より、 $AB = \sqrt{a^2 + b^2}$ となる。また、中心O、半径aの円を描き、点Bを通り、線分OAに平行な直線と円との共有点の一つをCとすれば、再び、三平方の定理より、 $BC = \sqrt{a^2 - b^2}$ となる。

3. 作図可能な正多角形

ガウスは、1796年に正多角形が作図可能であるための必要十分条件および正十七角形の作図を示した [1]。定理(ガウス) 正N角形は、Nが3以上の次のいずれかの自然数の形に限り作図できる。

- (i) $N = 2^p$
- (ii) $N = 2^{2^n} + 1$ の形の素数
- (iii) Nが (i) および (ii) の形の相異なる自然数の積

正N角形は、円の中心角をN等分できれば作図できる。したがって、(i) の場合は、Fig.2 に示した角の二等分線をp回作図すればよい。例えば、正八角形は、 $N = 2^3$ であるので、次の Fig.8 に示してあるように、円の中心角の二等分線を3回作図すればよい。

(ii) は、整数論から導かれた結果である。(iii) は、分

数の部分分数分解を用いれば、(i) と (ii) の場合に帰着されるので、(ii) の場合が本質的な議論の対象となる。(ii) の $2^{2^n} + 1$ の形の数は、フェルマー数とよばれ、その名の頭文字を取って

$$F_n := 2^{2^n} + 1 \quad (1)$$

と表記される。この数はフランスの数学者フェルマーが素数の列を生成する式として提示した。(1) 式の定義から $F_0 = 3, F_1 = 5, F_2 = 17, F_3 = 257, F_4 = 65537$ となり、いずれも素数であることが知られている。しかし、 $F_5 = 4294967297$ は、スイスの数学者オイラーにより、 $F_5 = 641 \cdot 6700417$ と素因数分解されることが示されたので、フェルマー数は必ずしも素数ではない。フェルマー数でかつ素数である数はフェルマー素数とよばれる。

Nがフェルマー素数のときの正N角形の作図について概略述べる。次のzに関するN次方程式

$$z^N - 1 = 0 \quad (2)$$

を考える。この方程式のN個の根は、複素平面上の単位円(原点中心、半径1の円)の周上に等間隔に分布するので、(2)式左辺は円周等分多項式とよばれる。このとき、長さ $\cos \frac{2\pi}{N}$ の線分が作図できれば、正N角形は作図できる (Fig.9)。特に、Nがフェルマー素数のときは、ガウスの円周等分多項式に関する研究結果から、 $\cos \frac{2\pi}{N}$ は四則演算と平方根を用いて記述できる。このことは、ガロア理論を用いても説明される。したがって、Fig.4, Fig.5, Fig.6により、作図が可能となる。

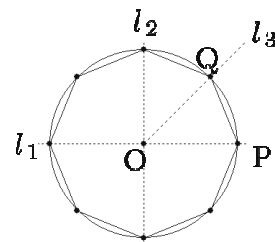


Fig. 8 正八角形の作図

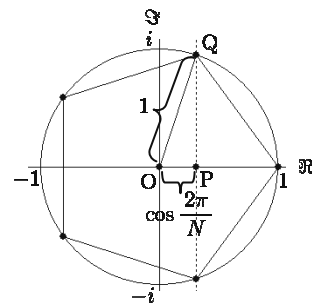


Fig. 9 $N = F_1 = 5$ のときの正N角形 点Qは点Pを通り、実軸 \Re に垂直な直線と単位円との共有点

4. 円周等分多項式の根と二次方程式

正 N 角形の頂点を z に関する N 次方程式(2)の円周等分多項式の根に対応させ、 N はフェルマー素数とする. このとき,

$$\begin{aligned} \theta &:= \frac{2\pi}{N}, i := \sqrt{-1}, \\ \alpha &:= e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta \end{aligned} \quad (3)$$

とおけば、円周等分多項式 $z^N - 1$ の N 個の根は

$$z = \alpha^k, 0 \leq k < N \quad (4)$$

と表される. $N = F_2 = 17$ のときの、円周等分多項式の根 α^k を Fig.10 に示す.

Fig.10 の複素単位円周上に等間隔に並ぶ $N = 17$ 個の点 $\{\alpha^k\}_{k=0}^{N-1}$ 上において、 α^k は、 $\alpha^0 = 1$ から数えて、反時計回りに k 番目の点である. また、 $\alpha^{N-k} = \alpha^{-k} = \overline{\alpha^k}$ は、 $\alpha^N = \alpha^0 = 1$ から数えて、時計回りに k 番目の点にあり、 α^k と実軸 \Re に関して対称な位置にある. ここで、 $\overline{\alpha^k}$ は、 α^k の共役複素数を表す. $\alpha^0 = 1$ を除いた $N - 1 = 16$ 個の点から、実軸に関して対称な点の対 $(\alpha^k, \overline{\alpha^k})$ を8組作ることができる.

ところで、円周等分多項式は

$$z^N - 1 = (z - 1) \left(\sum_{k=0}^{N-1} z^k \right) \quad (5)$$

と因数分解され、 $\alpha^N - 1 = 0$ かつ $\alpha \neq 1$ であるので、

$$\sum_{k=1}^{N-1} \alpha^k = -1 \quad (6)$$

が成り立つ. $N - 1 = 2^{2^n}$ 個の点 $\{\alpha^k\}_{k=1}^{2^{2^n}}$ から 2^{2^n-1} 組の実軸対称な点の対 $\left\{ (\alpha^k, \overline{\alpha^k}) \right\}_{k=1}^{2^{2^n-1}}$ を作り、この 2^{2^n-1} 個の対の和で、次の数列を定義する.

$$\beta_k := \alpha^k + \overline{\alpha^k} = 2 \cos k\theta \quad (7)$$

β_k の性質を以下に示す. まず、(6)式より

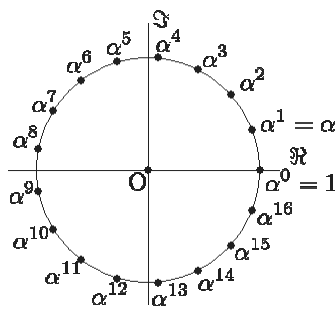


Fig. 10 $N = F_2 = 17$ のときの円周等分多項式 $z^N - 1$ の N 個の根の分布

$$\sum_{k=1}^{2^{2^n-1}} \beta_k = \sum_{k=1}^{2^{2^n}} \alpha^k = -1 \quad (8)$$

また、 $\cos k\theta = \cos \left(k \cdot \frac{2\pi}{N} \right)$ と $N = 2^{2^n} + 1$ より

$$\beta_0 = 2 \quad (9)$$

$$\beta_{k+N \cdot l} = \beta_k, \quad l \in \mathbb{Z} \quad (10)$$

$$\beta_{-k} = \beta_k \quad (11)$$

$$\beta_k \begin{cases} > \beta_1, & 1 \leq k < l \leq 2^{2^n-1} \\ > 0, & 1 \leq k \leq 2^{2^n-2} \\ < 0, & 2^{2^n-2} < k \leq 2^{2^n-1} \end{cases} \quad (12)$$

二つの数列の項 β_k と β_l との積 $\beta_k \cdot \beta_l$ は、定義式(7)より

$$\begin{aligned} \beta_k \cdot \beta_l &= (\alpha^k + \overline{\alpha^k}) \cdot (\alpha^l + \overline{\alpha^l}) \\ &= (\alpha^{k-l} + \overline{\alpha^{k-l}}) + (\alpha^{k+l} + \overline{\alpha^{k+l}}) \\ &= \beta_{k-l} + \beta_{k+l} \end{aligned}$$

となり、したがって

$$\beta_k \cdot \beta_l = \beta_{k-l} + \beta_{k+l} \quad (13)$$

2^{2^n-1} 項の数列 $\{\beta_k\}_{k=1}^{2^{2^n-1}}$ において、特に

$$\cos \frac{2\pi}{N} = \cos \theta = \frac{\beta_1}{2} \quad (14)$$

となるので、 β_1 を四則演算と平方根で記述できることを示せば、正 N 角形が作図できる.

β_k の性質(13)は、根と係数との関係より二次方程式の係数を導出するとき用いる重要な性質である. この(13)式の右辺において、二つの添字 $k-l$ および $k+l$ は、性質(10)および(11)を用いれば、0から 2^{2^n-1} までの範囲の整数の値にできることを付記しておく.

β_k の性質を用いて、 β_1 を四則演算と平方根で表すことをいくつかの場合で試みしてみる.

1) $N = F_1 = 5$ のとき

フェルマー数(1)において、 $n = 1$ の場合であるので、数列 $\{\beta_k\}_{k=1}^{2^{2^n-1}}$ の項数は2個である. また、(8)式より

$$\beta_1 + \beta_2 = -1 \quad (15)$$

が成り立つ. このとき、(13)式を用いて、積 $\beta_1 \cdot \beta_2$ を計算してみれば

$$\begin{aligned} \beta_1 \cdot \beta_2 &= \beta_1 + \beta_3 \\ &= \beta_1 + \beta_{3-5} \\ &= \beta_1 + \beta_{-2} \\ &= \beta_1 + \beta_2 = -1 \end{aligned} \quad (16)$$

となる．ここで，(16) 式の一行目の β_3 および三行目の β_{-2} に対して， β_k の性質 (10) および (11) 式を用いた．以後断りなく，この性質を用いる．(15) および (16) 式は， β_1 と β_2 に関する根と係数との関係であるので， β_1 および β_2 は， x に関する二次方程式

$$x^2 + x - 1 = 0 \quad (17)$$

の根となる．また，(12) 式より $\beta_1 > 0 > \beta_2$ となるので， β_1 は二次方程式 (17) の正の根である．したがって，

$$\beta_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \quad (18)$$

と表されるので，正五角形は作図できる．このとき，(14) 式より

$$\cos \frac{2\pi}{5} = \frac{\beta_1}{2} = \frac{-1 + \sqrt{5}}{4} \quad (19)$$

となる．この式を用いて作図した正五角形を **Fig.11** に示しておく．

2) $N = F_2 = 17$ のとき

フェルマー数 (1) において， $n = 2$ の場合であるので，数列 $\{\beta_k\}_{k=1}^{2^{2^n}-1}$ の項数は 8 個である．また，(8) 式より

$$\sum_{k=1}^8 \beta_k = -1 \quad (20)$$

が成り立ち，(12) 式より

$$\begin{aligned} \beta_1 > \beta_2 > \beta_3 > \beta_4 > 0 \\ 0 > \beta_5 > \beta_6 > \beta_7 > \beta_8 \end{aligned} \quad (21)$$

が成り立つ．

まず，8 項の数列を 4 項ずつ二つに分けて，根と係数との関係から二次方程式を導いてみる．(13) 式を用いて， β_1 を二乗すれば， β_2 が現れる．この β_2 を二乗すれば β_4 が現れる．この操作を繰り返せば，最後に β_1 が現れ，相異

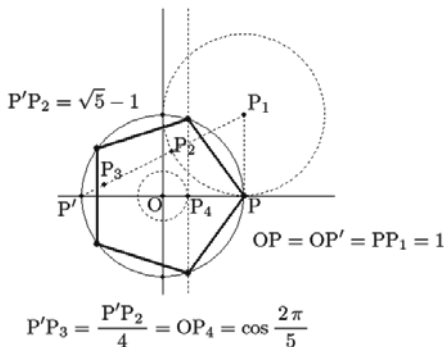


Fig. 11 (19) 式を用いた正五角形の作図

なる式は 4 個しか現れない．それらの式を以下に示す．

$$\begin{cases} \beta_1^2 = 2 + \beta_2 \\ \beta_2^2 = 2 + \beta_4 \\ \beta_4^2 = 2 + \beta_8 \\ \beta_8^2 = 2 + \beta_1 \end{cases} \quad (22)$$

(22) 式は，4 項の数列 $\beta_1, \beta_2, \beta_4, \beta_8$ が巡回した式になっている．(22) 式に現れていない残りの 4 項は， $\beta_3, \beta_5, \beta_6, \beta_7$ であり，これら 4 項についても (22) 式と同様の関係式が成立していることが容易に確かめられる．ここで，

$$\begin{cases} \delta_1 := \beta_1 + \beta_2 + \beta_4 + \beta_8 \\ \delta_2 := \beta_3 + \beta_5 + \beta_6 + \beta_7 \end{cases} \quad (23)$$

とおけば，(20) 式より

$$\delta_1 + \delta_2 = \sum_{k=1}^8 \beta_k = -1 \quad (24)$$

となる．このとき δ_1^2 を展開すれば

$$\begin{aligned} \delta_1^2 &= (\beta_1 + \beta_2 + \beta_4 + \beta_8)^2 \\ &= (\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_4^2 + \beta_8^2) \\ &\quad + 2(\beta_1 \cdot \beta_2 + \beta_1 \cdot \beta_4 + \beta_1 \cdot \beta_8 \\ &\quad \quad + \beta_2 \cdot \beta_4 + \beta_2 \cdot \beta_8 \\ &\quad \quad \quad + \beta_4 \cdot \beta_8) \end{aligned}$$

となる．このときの右辺第 1 項は，(22) および (23) 式より

$$\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_4^2 + \beta_8^2 = \delta_1 + 8$$

となり，また，第 2 項の括弧内の 6 項は (13) 式より

$$\begin{cases} \beta_1 \cdot \beta_2 = \beta_1 + \beta_3 \\ \beta_1 \cdot \beta_4 = \beta_3 + \beta_5 \\ \beta_1 \cdot \beta_8 = \beta_7 + \beta_8 \\ \beta_2 \cdot \beta_4 = \beta_2 + \beta_6 \\ \beta_2 \cdot \beta_8 = \beta_6 + \beta_7 \\ \beta_4 \cdot \beta_8 = \beta_4 + \beta_5 \end{cases}$$

となる．これらの和は，(20)，(23) および (24) 式より

$$\begin{aligned} &\sum_{k=1}^8 \beta_k + (\beta_3 + \beta_5 + \beta_6 + \beta_7) \\ &= -1 + \delta_2 \\ &= -1 + (-1 - \delta_1) \\ &= -2 - \delta_1 \end{aligned}$$

となる．したがって， δ_1^2 を展開した式は

$$\delta_1^2 = (\delta_1 + 8) + 2(-2 - \delta_1)$$

となり，これを整理すれば

$$\delta_1^2 + \delta_1 - 4 = 0 \quad (25)$$

を得る．つまり， δ_1 は x に関する二次方程式

$$x^2 + x - 4 = 0 \quad (26)$$

の根となる．一方，(24)および(25)式より δ_2 も方程式(26)を満足するので，もう一つの根は， δ_2 となる．

次に，二組の4項からなる数列

$$\{\beta_1, \beta_2, \beta_4, \beta_8\}, \{\beta_3, \beta_5, \beta_6, \beta_7\}$$

をそれぞれ二つに分けて，根と係数との関係より二次方程式を導いてみる．(22)式において，二組の和を数列の項が巡回するように組み合わせれば

$$\begin{cases} \beta_1^2 + \beta_4^2 = 4 + (\beta_2 + \beta_8) \\ \beta_2^2 + \beta_8^2 = 4 + (\beta_1 + \beta_4) \end{cases} \quad (27)$$

となる．(27)式は，二組の2項からなる数列

$$\{\beta_1, \beta_4\}, \{\beta_2, \beta_8\}$$

が巡回した式になっているので，二乗和して現れる式は，(27)式にある2個のみである．ここで，

$$\begin{cases} \gamma_1 := \beta_1 + \beta_4 \\ \gamma_2 := \beta_2 + \beta_8 \end{cases} \quad (28)$$

とおけば，これらの和は，(23)の一行目の式より

$$\gamma_1 + \gamma_2 = \delta_1 \quad (29)$$

となる．これと積 $\gamma_1 \cdot \gamma_2$ を計算し，根と係数との関係を導く．(28)式から γ_1^2 と γ_2^2 をそれぞれ計算すれば

$$\begin{aligned} \gamma_1^2 &= (\beta_1 + \beta_4)^2 \\ &= \beta_1^2 + \beta_4^2 + 2\beta_1 \cdot \beta_4 \\ &= 4 + \gamma_2 + 2(\beta_3 + \beta_5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_2^2 &= (\beta_2 + \beta_8)^2 \\ &= \beta_2^2 + \beta_8^2 + 2\beta_2 \cdot \beta_8 \\ &= 4 + \gamma_1 + 2(\beta_6 + \beta_7) \end{aligned}$$

となる．展開後の計算で(27)および(13)式を用いた．

右辺の最後の括弧内の二項の和をそれぞれ

$$\begin{cases} \gamma_3 := \beta_3 + \beta_5 \\ \gamma_4 := \beta_6 + \beta_7 \end{cases} \quad (30)$$

とおけば

$$\gamma_3 + \gamma_4 = \delta_2 \quad (31)$$

となり，4項の数列 $\{\gamma_k\}_{k=1}^4$ について，関係式

$$\begin{cases} \gamma_1^2 = 4 + \gamma_2 + 2\gamma_3 \\ \gamma_2^2 = 4 + \gamma_1 + 2\gamma_4 \end{cases} \quad (32)$$

が成り立つ．この二つの式の和をとれば，(29)，(31)および(24)式より

$$\begin{aligned} \gamma_1^2 + \gamma_2^2 &= 8 + (\gamma_1 + \gamma_2) + 2(\gamma_3 + \gamma_4) \\ &= 8 + \delta_1 + 2\delta_2 \\ &= 8 + \delta_1 + 2(-1 - \delta_1) \\ &= 6 - \delta_1 \end{aligned}$$

このとき

$$\begin{aligned} \delta_1^2 &= (\gamma_1 + \gamma_2)^2 \\ &= \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + 2\gamma_1 \cdot \gamma_2 \\ &= 6 - \delta_1 + 2\gamma_1 \cdot \gamma_2 \end{aligned}$$

となり，この式に対して，(25)式を用いれば

$$\begin{aligned} 2\gamma_1 \cdot \gamma_2 &= \delta_1^2 + \delta_1 - 6 \\ &= (\delta_1^2 + \delta_1 - 4) - 2 \\ &= -2 \end{aligned}$$

となるので

$$\gamma_1 \cdot \gamma_2 = -1 \quad (33)$$

を得る．したがって，(29)および(33)式の γ_1 と γ_2 に関する根と係数との関係より， γ_1 と γ_2 は x に関する二次方程式

$$x^2 - \delta_1 \cdot x - 1 = 0 \quad (34)$$

の根となる．

γ_3 と γ_4 を根に持つ二次方程式も， γ_1 と γ_2 のそれと同様に導出できる．結果のみ示せば

$$\gamma_3 \cdot \gamma_4 = -1 \quad (35)$$

となり，これと(31)式より， γ_3 と γ_4 は， x に関する二次方程式

$$x^2 - \delta_2 \cdot x - 1 = 0 \quad (36)$$

の根となる．

最後に， β_1 と β_4 を根に持つ二次方程式を導こう．根と係数との関係において，これらの和は(28)の一行目の式より γ_1 である．また，これらの積は(13)式より

$$\beta_1 \cdot \beta_4 = \beta_3 + \beta_5 = \gamma_3 \quad (37)$$

となる．したがって，求める二次方程式は

$$x^2 - \gamma_1 \cdot x + \gamma_3 = 0 \quad (38)$$

となる．(38)式左辺の定数項 γ_3 は(32)の一行目の式から

$$\gamma_3 = \frac{\gamma_1^2 - 4 - \gamma_2}{2} \quad (39)$$

と計算される．

根と係数との関係から導かれた3個の二次方程式(26)，(34)および(38)から， β_1 を四則演算と平方根の式で表す．

まず，二次方程式(38)において，その根は， β_1 と β_4 であり，(21)式より $\beta_1 > \beta_4$ となるので， β_1 を二次方程式(38)の根で表せば

$$\beta_1 = \frac{\gamma_1 + \sqrt{\gamma_1^2 - 4\gamma_3}}{2} \quad (40)$$

となる．右辺の根号の中にある γ_3 は，(39)式より γ_1 と γ_2 を含む四則演算で計算される．

次に，二次方程式(34)において，その根は， γ_1 と γ_2 であり，(21)，(28)および(33)式より

$$\gamma_1 > 0 > \gamma_2 \quad (41)$$

となる．したがって，(38)式の β_1 の計算式に現れる γ_1 を二次方程式(34)の根で表せば

$$\gamma_1 = \frac{\delta_1 + \sqrt{\delta_1^2 + 4}}{2} \quad (42)$$

となる．もう一つの根 γ_2 は，(39)式の γ_3 の計算式に現れ，これは(29)式より

$$\gamma_2 = \delta_1 - \gamma_1 \quad (43)$$

と書ける．したがって， γ_3 も δ_1 を含む四則演算と平方根で計算できるので， β_1 は δ_1 を含む四則演算と平方根で計算できることになる．

最後に，二次方程式(26)式において，その根は， δ_1 と δ_2 である． β_1 の計算に必要な δ_1 を求めるために， δ_1 と δ_2 との大小関係を調べてみよう．(29)および(31)式より， γ_1 と γ_3 および γ_2 と γ_4 との大小関係をそれぞれ調べればよい．前者は，(21)，(28)，(30)および(35)式より

$$\gamma_1 > \gamma_3 > 0 \quad (44)$$

となる．後者は，(33)および(35)式より

$$\begin{cases} \gamma_2 = -\frac{1}{\gamma_1} \\ \gamma_4 = -\frac{1}{\gamma_3} \end{cases} \quad (45)$$

の関係が成り立っている．この式右辺の分母の大小関係(44)式より， γ_2 と γ_4 との大小関係は

$$0 > \gamma_2 > \gamma_4 \quad (46)$$

となる．よって，(44)および(46)式より， $\delta_1 > \delta_2$ となる．したがって， δ_1 を二次方程式(26)の根で表せば

$$\delta_1 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} \quad (47)$$

となる．以上により， β_1 が四則演算と平方根で計算できることが示されたので，正十七角形は作図できる． β_1 を計算する過程で現れる γ_k の計算は， γ_k および δ_k がそれぞれ二次方程式の根であることに注意すれば，これらの二乗は，その一次式に簡単化される．例えば， δ_1 は二次方程式(26)の根であり，したがって(25)式から

$$\delta_1^2 = 4 - \delta_1$$

となり， δ_1^2 が δ_1 の一次式に簡単化される．ただし，(42)式の γ_1 の計算式にある $\sqrt{\delta_1^2 + 4}$ は，Fig.7を用いて作図できるので，変形せずそのままにしておく．作図しやすい式に適宜簡単化した作図手順を以下にまとめておく．

$\cos \frac{2\pi}{17}$ の作図手順

手順 1) $\delta_1 = \frac{\sqrt{4^2 + 1^2} - 1}{2}$ を作図

手順 2) $\gamma_1 = \frac{\delta_1 + \sqrt{\delta_1^2 + 2^2}}{2}$ を作図

手順 3) $\gamma_3 = \frac{(\delta_1 + 1) \cdot (\gamma_1 - 1)}{2} - 1$ を作図

手順 4) $\beta_1 = \frac{\gamma_1 + \sqrt{\delta_1 + 4 - \gamma_1 - 2\gamma_3}}{2}$ を作図

手順 5) $\cos \frac{2\pi}{17} = \frac{\beta_1}{2}$ を作図

次に，作図手順 1) から 5) の計算式を用いて作図したものを以下に示しておく．

実際に，この $\cos \frac{2\pi}{17}$ の計算式を作図手順の計算式にしたがって，文字式を用いずに表してみる．予め $\cos \frac{2\pi}{17}$ を δ_1 のみの式で表しておく．

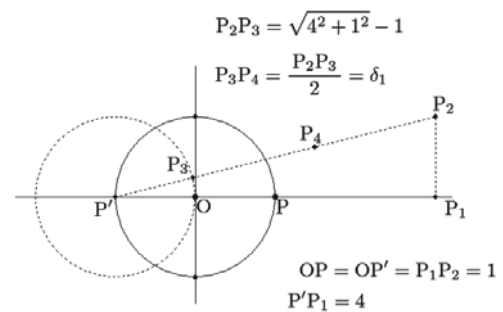


Fig. 12 手順 1) による δ_1 の作図

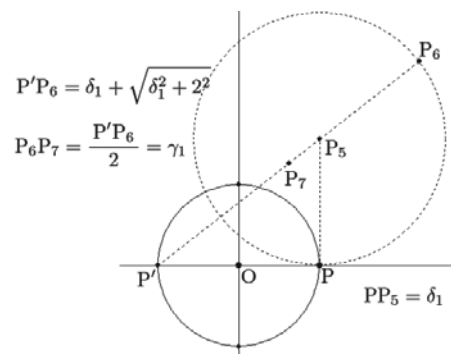


Fig. 13 手順 2) による γ_1 の作図

5. おわりに

正多角形の頂点を円周等分多項式 $z^N - 1$ の根に対応させ、特に N がフェルマー素数の場合に、実軸対称な根、すなわち共役複素根の和から実数列を作り、その性質を導出した。この数列を用いることによって、煩雑な三角関数および複素計算を回避できた。 N が5および17の場合について、専門的な代数学の知識を用いずに、数列の性質から規則性を見出し、根と係数との関係を導き、 $\cos \frac{2\pi}{N}$ を四則演算と平方根のみで表すことができ、正 N 角形が作図できることを示した。

N が257のときは、1832年にドイツの数学者リシェロートが具体的な作図法を示し[4]、 N が65537のときは、1894年にドイツのヨハン・グスタフ・ヘルメスが10年の歳月をかけて作図法を調べ、計算の要旨の報告を雑誌に報告し、その200ページを超える原稿は、ゲッチンゲン大学に保管されている。いずれも、実際にこれらを描画したものは、ほとんど円と区別がつかない。 N が257以上の場合には、数列の項数が膨大に多くなり、本論文における考察が困難なため、触れなかった。

謝辞

著者に本論文を執筆するきっかけを与えてくださった著者の主治医、執筆を薦めてくださった峯村吉泰名誉教授、論文の推敲に尽力いただいた基礎教育センター長の高橋義則教授に対し、深く感謝申し上げる。

参考文献

- [1] イアン・スチュワート 著、並木雅俊、鈴木治郎訳、明解ガロア理論、講談社、(2010)
- [2] 小堀憲、大数学者、新潮選書、(1985)
- [3] 森田康夫、代数概論、裳華房、(1987)
- [4] Richelot, Friedrich Julius, De resolutione algebraica aequationis $X^{257} = 1$, sive de divisione circuli per bisectionem anguli septies repetitam in partes 257 inter se aequales commentatio coronata, (1832)

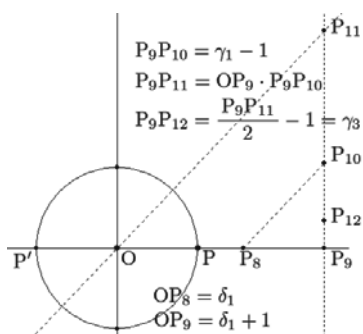


Fig. 14 手順3)による γ_3 の作図

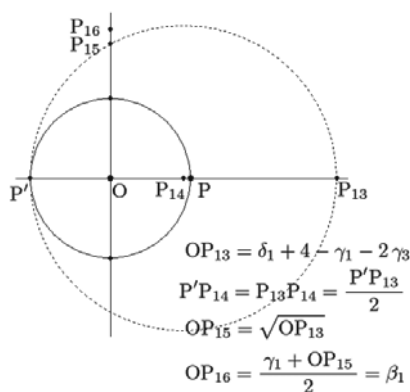


Fig. 15 手順4)による β_1 の作図

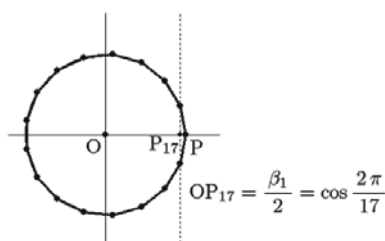


Fig. 16 手順5)による $\cos \frac{2\pi}{17}$ および正十七角形の作図

$$\cos \frac{2\pi}{17} = \frac{1}{16} \left(2\delta_1 + \sqrt{2(16 - 2\delta_1)} + \sqrt{4(6\delta_1 + 20) - 2(2\delta_1 + 4)\sqrt{2(16 - 2\delta_1)}} \right)$$

この右辺に、 $2\delta_1 = \sqrt{17} - 1$ を代入して整理すれば

$$\cos \frac{2\pi}{17} = \frac{1}{16} \left(-1 + \sqrt{17} + \sqrt{34 - 2\sqrt{17}} + \sqrt{4(17 + 3\sqrt{17}) - 2(3 + \sqrt{17})\sqrt{34 - 2\sqrt{17}}} \right)$$

となる。

Some Basic Problems of Thermal Stresses in Bars

Manabu Ohmichi*

(Received September 30, 2011)

Introduction

The concept of thermal stresses is introduced for the simple case of homogeneous bars subjected to thermal loads. Basic one-dimensional equations associated with thermal stresses, such as the heat conduction equation, the relationship between strain and displacement, Hooke's law and the equilibrium equation are stated. Using these equations, some basic problems relating to thermal stresses are solved.

Keywords: One-dimensional Thermal Stresses, One-dimensional Heat Conduction, Thermal Elongation, Framed Structures

Governing Equations

In the absence of heat generation, one-dimensional transient heat conduction in a bar with a small cross-sectional area takes the form

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (1)$$

where T is the temperature at time t and κ is the thermal diffusivity. The relationship between strain and displacement in a one-dimensional strain field is given by

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2)$$

Hooke's law under a mechanical and thermal load can be expressed as

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \sigma_x + \alpha \tau \quad (3)$$

where τ , ε_x , σ_x , E and α denote the temperature change, strain, stress, Young's modulus and coefficient of linear thermal

expansion, respectively. The stress is the average force per unit area on an imaginary surface within a body on which internal forces act.

$$\sigma = \frac{\text{internal force}}{\text{unit area}} = \frac{Q}{A} \quad (4)$$

The internal force Q must be equilibrated to an external force P as shown in **Fig.1**.

$$Q = P \quad (5)$$

Then, the stress is given by use of the external force P

$$\sigma = \frac{P}{A} \quad (6)$$

If the internal force can be determined using the equations of static equilibrium, the problem is said to be statically determinate. If they can not be determined, it is said to be statically indeterminate, in which case the statics equations must be supplemented by equations based upon deformations of the body. Since thermal stresses are induced when deformations due to temperature changes are constrained, problems involving thermal stresses are statically indeterminate.

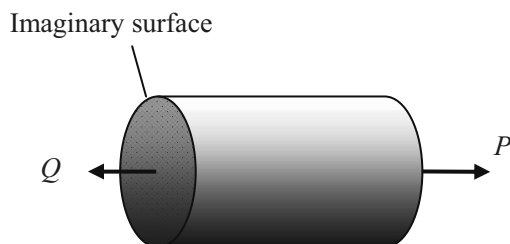


Fig.1 Internal force acting on an imaginary surface

Free Expansion of a Bar

The simplest case to consider initially is the free expansion of a homogeneous isotropic bar of length l_0 subjected to a thermal load only, as shown in **Fig.2**. When the temperature of the bar rises from an initial value T_0 to a final value T_1 , the

* Department of Mechanical Systems Engineering, Aichi University of Technology, 50-2 Manori, Nishihama-cho, Gamagori, Aichi 443-0047 Japan

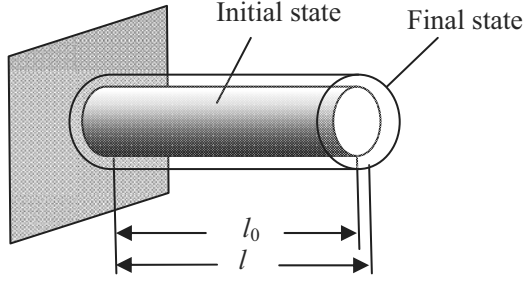


Fig.2 Free thermal expansion of a bar subjected to a change in temperature from T_0 to T_1

final length of the bar l after thermal elongation is given by

$$l = l_0(1 + \alpha\tau) \quad (7)$$

where τ denotes the temperature change ($\tau = T_1 - T_0$).

Using Eq. (7), the strain is then given by

$$\varepsilon_x = \frac{l - l_0}{l_0} = \alpha\tau \quad (8)$$

and from Eq. (3), the thermal stress is

$$\sigma_x = 0 \quad (9)$$

Thermal stress in a clamped bar

A bar with a coefficient of linear thermal expansion α and length l , as shown in **Fig. 3** is constrained to just fit between two fixed supports when temperature $T=0$. If the temperature is increased to T_0 at the left end and to T_1 at the right end, thermal stress results. The one-dimensional steady heat conduction equation in the absence of heat generation is given by

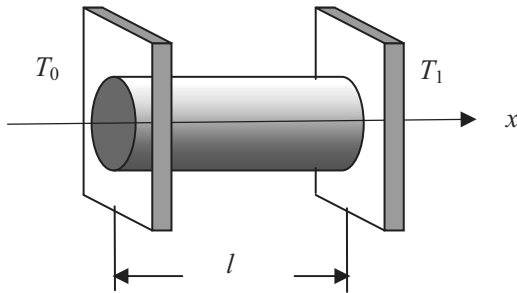


Fig.3 Perfectly clamped bar subjected to linear temperature change along the axis

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0 \quad (10)$$

The boundary conditions for temperature are

$$T = T_0 \text{ on } x = 0 \quad (11)$$

$$T = T_1 \text{ on } x = l \quad (12)$$

The solution of Eq. (10) is

$$T = c_1x + c_2 \quad (13)$$

where c_i ($i=1, 2$) are integration constants. By using boundary conditions (11) and (12), the temperature satisfying these conditions can be obtained as

$$T = T_0 + (T_1 - T_0)\frac{x}{l} \quad (14)$$

From Hooke's law given by Eq. (3) and the temperature distribution given by Eq. (14), the displacement u at a position x is expressed by

$$\begin{aligned} u &= \int_0^x \varepsilon_x dx = \int_0^x \left(\frac{1}{E} \sigma_x + \alpha\tau \right) dx \\ &= \frac{\sigma_x}{E}x + \alpha \left[T_0x + (T_1 - T_0)\frac{x^2}{2l} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

where $\tau = T$, since the initial temperature is zero along the length. The boundary condition for displacement is

$$u = 0 \text{ on } x = 0, l \quad (16)$$

and using this condition we obtain

$$\sigma_x = -\alpha E \left(T_0 + \frac{T_1 - T_0}{2} \right) = -\frac{\alpha E}{2} (T_0 + T_1) \quad (17)$$

Substituting Eqs. (14) and (17) into Eq. (3), the strain is expressed by

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} \sigma_x + \alpha\tau = -\frac{\alpha}{2} (T_0 + T_1) + \alpha \left[T_0 + (T_1 - T_0)\frac{x}{l} \right] \\ &= \frac{\alpha}{l} (T_1 - T_0) \left(x - \frac{l}{2} \right) \end{aligned} \quad (18)$$

Substituting Eq. (17) into Eq. (15), the displacement is obtained as follows

$$\begin{aligned} u &= \frac{-\alpha(T_0 + T_1)}{2}x + \alpha \left[T_0x + (T_1 - T_0)\frac{x^2}{2l} \right] \\ &= \frac{\alpha}{2l} (T_1 - T_0)x(x - l) \end{aligned} \quad (19)$$

In the special case in which the entire bar is heated uniformly ($\tau = T_0 = T_1$), the displacement, strain and stress become

$$u = \varepsilon_x = 0, \quad \sigma_x = -\alpha E \tau \quad (20)$$

Thermal stresses in partially restrained cylinders

A hollow cylinder surrounds a solid cylinder and both are subjected to different temperature changes τ_i ($i=1, 2$) along their lengths. Their ends are connected to rigid plates as shown in **Fig. 4**. Therefore, both are heated or cooled the same amount. We consider the thermal stresses in these cylinders resulting from the temperature changes. Let us denote the cross-sectional areas, Young's moduli and coefficients of linear thermal expansion by A_i , E_i and α_i ($i=1, 2$), respectively. From Hook's law given by Eq. (3), for temperature changes τ_i ($i=1, 2$), we have

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E_1} \sigma_1 + \alpha_1 \tau_1, \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{E_2} \sigma_2 + \alpha_2 \tau_2 \quad (21)$$

Since there is no external force applied to the bars, the equilibrium of force is described by

$$\sigma_1 A_1 + \sigma_2 A_2 = 0 \quad (22)$$

Since the elongations of the two cylinders due to the temperature changes are the same,

$$\frac{1}{E_1} \sigma_1 l_0 + \alpha_1 \tau_1 l_0 = \frac{1}{E_2} \sigma_2 l_0 + \alpha_2 \tau_2 l_0 \quad (23)$$

The stresses in the two cylinders are determined by Eqs. (22) and (23) to be

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= -\frac{\alpha_1 E_1 \tau_1 (1 - \alpha_2 \tau_2 / \alpha_1 \tau_1)}{1 + E_1 A_1 / E_2 A_2}, \\ \sigma_2 &= -\frac{\alpha_2 E_2 \tau_2 (1 - \alpha_1 \tau_1 / \alpha_2 \tau_2)}{1 + E_2 A_2 / E_1 A_1} \end{aligned} \quad (24)$$

The strain can be obtained from Eq. (21)

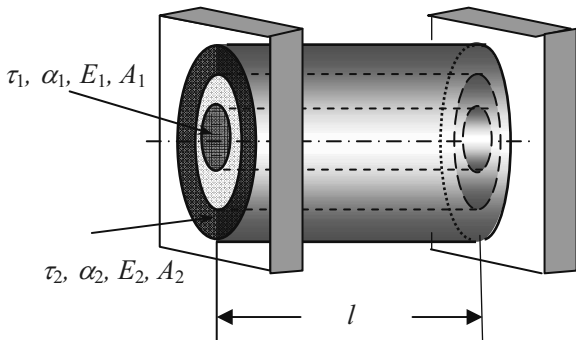


Fig.4 Two cylinders with same length

$$\varepsilon \equiv \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \frac{\alpha_1 E_1 \tau_1 A_1 + \alpha_2 E_2 \tau_2 A_2}{E_1 A_1 + E_2 A_2} \quad (25)$$

Thermal stresses in two bars attached to each other

The two bars shown in **Fig. 5** are attached to each other in series. They are placed between rigid walls and are subjected to different temperature changes τ_i ($i=1, 2$). We consider the thermal stresses produced by the temperature changes. The combined elongation of bar 1 and bar 2 is

$$\alpha_1 \tau_1 l_1 + \frac{\sigma_1 l_1}{E_1} + \alpha_2 \tau_2 l_2 + \frac{\sigma_2 l_2}{E_2} = 0 \quad (26)$$

Based on equilibrium of the internal forces in both bars, we have

$$\sigma_1 A_1 = \sigma_2 A_2 \quad (27)$$

Solving the simultaneous linear equations (26) and (27), we obtain

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= -\frac{\alpha_1 E_1 \tau_1 (1 + l_2 \alpha_2 \tau_2 / l_1 \alpha_1 \tau_1)}{1 + A_1 E_1 l_2 / A_2 E_2 l_1}, \\ \sigma_2 &= -\frac{\alpha_2 E_2 \tau_2 (1 + l_1 \alpha_1 \tau_1 / l_2 \alpha_2 \tau_2)}{1 + A_2 E_2 l_1 / A_1 E_1 l_2} \end{aligned} \quad (28)$$

Bar1 $\tau_1, \alpha_1, E_1, A_1$ Bar2 $\tau_2, \alpha_2, E_2, A_2$

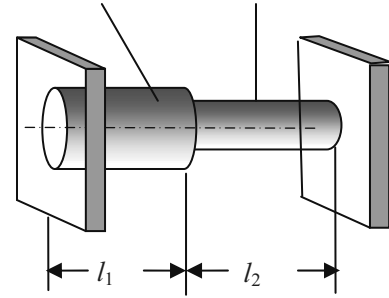


Fig.5 Two bars attached to each other

Thermal stresses in three pin-connected bars

Consider the pin-connected framework shown in **Fig. 6**. The three bars are stress-free at the initial condition. When the temperatures of bar 1 and bar 2 are raised by T_1 and T_2 , respectively, both bars expand to the positions shown by the dashed lines in **Fig. 6** and thermal stresses are induced. From equilibrium of the force at joint B, we have

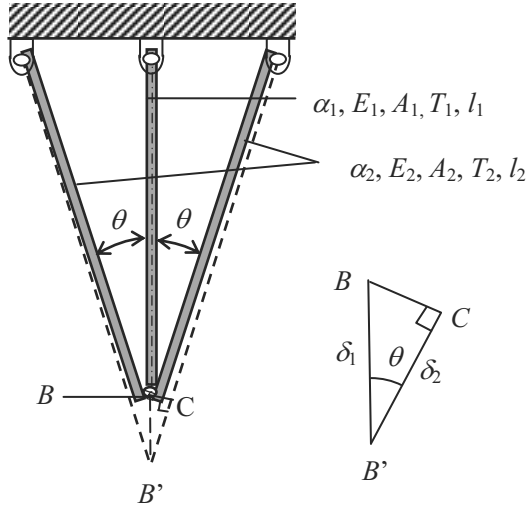


Fig.6 Three pin-connected bars

$$\sigma_1 A_1 + 2\sigma_2 A_2 \cos \theta = 0 \quad (29)$$

From the right-angled triangle BCB' shown in **Fig. 6**, the relation between the displacements of the three bars is given by

$$\delta_2 = \delta_1 \cos \theta \quad (30)$$

and the displacements δ_i ($i=1, 2$) due to the temperature rises are expressed by

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \varepsilon_1 l_1 = \left(\frac{\sigma_1}{E_1} + \alpha_1 T_1 \right) l_1, \\ \delta_2 &= \varepsilon_2 l_2 = \left(\frac{\sigma_2}{E_2} + \alpha_2 T_2 \right) l_2 \end{aligned} \quad (31)$$

Substituting Eqs. (31) into Eq. (30) yields

$$\left(\frac{\sigma_2}{E_2} + \alpha_2 T_2 \right) l_2 = \left(\frac{\sigma_1}{E_1} + \alpha_1 T_1 \right) l_1 \cos \theta \quad (32)$$

From Eq. (29), the stress σ_2 is expressed by

$$\sigma_2 = -\frac{\sigma_1 A_1}{2A_2 \cos \theta} \quad (33)$$

Elimination of σ_2 in Eq. (32) using Eq. (33) then yields

$$\left(-\frac{\sigma_1 A_1}{2A_2 E_2 \cos \theta} + \alpha_2 T_2 \right) l_2 = \left(\frac{\sigma_1}{E_1} + \alpha_1 T_1 \right) l_1 \cos \theta \quad (34)$$

Because the deformations of the system are small, the basic geometry is essentially unchanged and the following relation between l_1 and l_2 must hold

$$l_1 = l_2 \cos \theta \quad (35)$$

Solving Eq. (34) using Eq. (35), we have

$$\sigma_1 = -\frac{\alpha_1 T_1 E_1 (1 - \alpha_2 T_2 / \alpha_1 T_1 \cos^2 \theta)}{(1 + A_1 E_1 / 2A_2 E_2 \cos^3 \theta)} \quad (36)$$

From Eq. (33), σ_2 is given by

$$\sigma_2 = \frac{\alpha_1 T_1 E_1 (1 - \alpha_2 T_2 / \alpha_1 T_1 \cos^2 \theta)}{2(A_2 / A_1) \cos \theta (1 + A_1 E_1 / 2A_2 E_2 \cos^3 \theta)} \quad (37)$$

Thermal stresses in a clamped circular frustum

Consider a clamped circular frustum shown in **Fig. 7**. The bar is initially stress-free. Let us calculate the thermal stress produced in the frustum when the temperature of the frustum is uniformly raised by T .

The diameter d of the frustum at a position x relative to the left end is

$$d = d_1 + (d_2 - d_1) \frac{x}{l} \quad (38)$$

The cross-sectional area A at position x is given by

$$A = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{4} [d_1 + (d_2 - d_1) \frac{x}{l}]^2 \quad (39)$$

The strain at position x is expressed using the internal force Q as

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} \sigma_x + \alpha T = \frac{Q}{EA} + \alpha T \\ &= \frac{4Q}{\pi E [d_1 + (d_2 - d_1) \frac{x}{l}]^2} + \alpha T \end{aligned} \quad (40)$$

The displacement at position x is

$$\begin{aligned} u &= \int_0^x \varepsilon_x dx \\ &= \int_0^x \left[\frac{4Q}{\pi E [d_1 + (d_2 - d_1) \frac{x}{l}]^2} + \alpha T \right] dx \\ &= \frac{4Qx}{\pi E d_1 [d_1 + (d_2 - d_1) \frac{x}{l}]} + \alpha T x \end{aligned} \quad (41)$$

The boundary condition for the displacement is

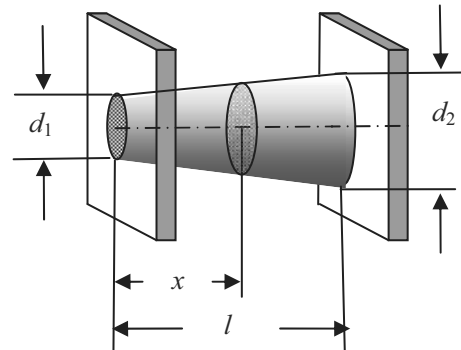


Fig.7 Clamped circular frustum

$$u = 0 \text{ on } x = 0, l \quad (42)$$

which leads to

$$Q = -\frac{\pi\alpha ETd_1d_2}{4} \quad (43)$$

Stress and strain are obtained from Eq. (40) as

$$\sigma_x = -\frac{\alpha ET d_1 d_2}{[d_1 + (d_2 - d_1)\frac{x}{l}]^2} \quad (44)$$

$$\varepsilon_x = -\frac{\alpha T d_1 d_2}{[d_1 + (d_2 - d_1)\frac{x}{l}]^2} + \alpha T \quad (45)$$

Thermal stresses in vertical bars

A rigid bar AD is supported horizontally at a pin joint A and attached to bars BC and ED as shown in **Fig. 8**. All bars are initially stress-free and their weights can be neglected. The temperature of bar BC is cooled by T and that of bar ED is raised by T . Let us denote the cross-sectional areas, Young's moduli and coefficients of linear thermal expansion by A_i, E_i and α_i ($i=1, 2$), respectively. We now consider the thermal stresses in the bars BC and ED . As shown in **Fig. 8**, the contraction ($-\delta_1$) of BC and the elongation (δ_2) of ED have the relations

$$-\delta_2 = \frac{(l_3 + l_4)}{l_3} \delta_1 \quad (46)$$

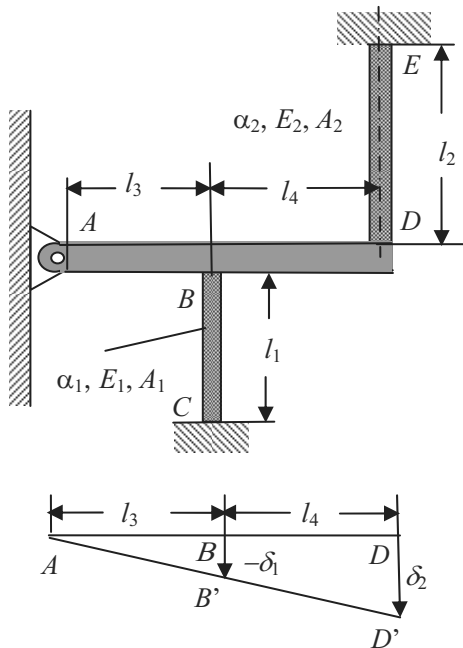


Fig.8 Thermal stresses in vertical bars

where δ_1 and δ_2 are given by

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \varepsilon_1 l_1 = \left(\frac{\sigma_1}{E_1} - \alpha_1 T\right) l_1, \\ \delta_2 &= \varepsilon_2 l_2 = \left(\frac{\sigma_2}{E_2} + \alpha_2 T\right) l_2 \end{aligned} \quad (47)$$

Substitution of Eqs. (47) into Eq. (46) yields

$$\left(\frac{\sigma_2}{E_2} + \alpha_2 T\right) l_2 = -\frac{(l_3 + l_4)}{l_3} \left(\frac{\sigma_1}{E_1} - \alpha_1 T\right) l_1 \quad (48)$$

The equilibrium of the moment at the point A gives

$$\sigma_1 A_1 l_3 - \sigma_2 A_2 (l_3 + l_4) = 0 \quad (49)$$

Solving Eqs. (48) and (49) simultaneously, the stresses σ_i ($i=1, 2$) are obtained as

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{A_2 E_1 E_2 T (l_3 + l_4) [l_1 (l_3 + l_4) \alpha_1 - l_2 l_3 \alpha_2]}{[A_1 E_1 l_2 l_3^2 + A_2 E_2 l_1 (l_3 + l_4)^2]}, \\ \sigma_2 &= \frac{A_1 E_1 E_2 T l_3 [l_1 (l_3 + l_4) \alpha_1 - l_2 l_3 \alpha_2]}{[A_1 E_1 l_2 l_3^2 + A_2 E_2 l_1 (l_3 + l_4)^2]} \end{aligned} \quad (50)$$

Thermal stresses in wire and vertical bar

A rigid bar BD is supported by a wire AC of length l_1 and by a bar DE of length l_2 shown in **Fig. 9**. The weight of the bars are negligible. When there is no loads acting on the bar BD , it is horizontal and the wire and bar DE are stress-free. We consider the stresses σ_1 in the wire AC and σ_2 in the bar

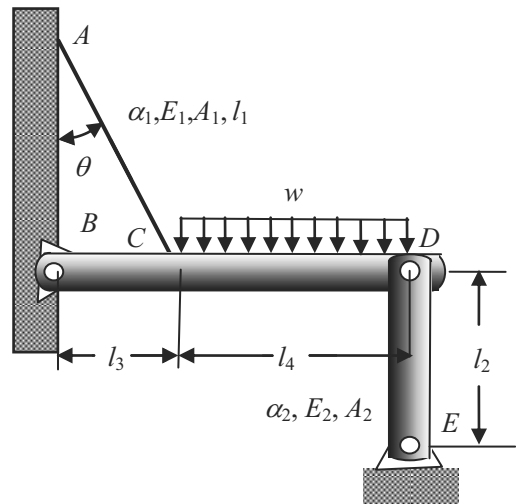


Fig.9 Thermal stresses in wire and vertical bar

DE when a constant distributed load w per unit length applies over CD in the bar BD , and the wire AC is simultaneously cooled by T . The equilibrium of moment at a point B gives

$$-\sigma_1 A_1 l_3 \cos \theta + w l_4 (l_3 + \frac{l_4}{2}) + \sigma_2 A_2 (l_3 + l_4) = 0 \quad (51)$$

The elongations of wire and bar DE are given by

$$\delta_1 = \varepsilon_1 l_1 = (\frac{\sigma_1}{E_1} - \alpha T) l_1, \delta_2 = \varepsilon_2 l_2 = \frac{\sigma_2}{E_2} l_2 \quad (52)$$

The relationship between the two elongations is

$$\frac{l_3}{l_3 + l_4} \delta_2 = -\frac{\delta_1}{\cos \theta} \quad (53)$$

Substituting Eqs. (52) into Eq. (53), we obtain

$$\sigma_2 = -\frac{E_2 l_1 (l_3 + l_4)}{l_2 l_3 \cos \theta} (\frac{\sigma_1}{E_1} - \alpha T) \quad (54)$$

Solving Eqs. (51) and (54) simultaneously, the stresses σ_i ($i=1, 2$) are obtained as

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{w E_1 l_2 l_3 l_4 (2l_3 + l_4) \cos \theta + 2 E_1 A_2 E_2 l_1 (l_3 + l_4)^2 \alpha T}{2 [A_1 E_1 l_2 l_3^2 \cos^2 \theta + A_2 E_2 l_1 (l_3 + l_4)^2]}, \\ \sigma_2 &= \frac{-w l_1 l_4 (l_3 + l_4) (2l_3 + l_4) + 2 A_1 E_2 l_1 l_3 (l_3 + l_4) \cos \theta \alpha T}{2 A_1 [l_2 l_3^2 \cos^2 \theta + 2 l_1 (l_3 + l_4)^2]} \quad (55) \end{aligned}$$

Transient thermal stress in a clamped bar

We discuss the transient thermal stresses in the perfectly clamped bar shown in **Fig. 10**. The temperatures of the both ends of the bar are kept to zero from the uniform initial temperature T_0 . In this case, the temperature, displacement, strain and stress at each position along the bar change with time. The one-dimensional transient heat conduction equation in the absence of heat generation is given by

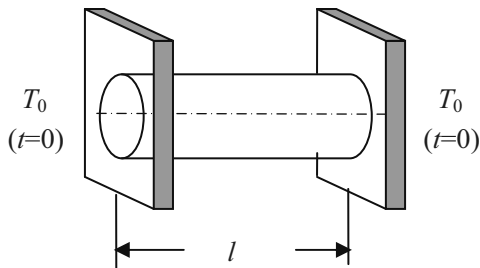


Fig.10 Transient thermal stress in a clamped bar

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (56)$$

where κ is the thermal diffusivity.

The boundary condition is

$$T = 0 \quad \text{on} \quad x = 0, l \quad (57)$$

The initial condition is

$$T = T_0 \quad \text{at} \quad t = 0 \quad (58)$$

We use the method of separation of variables, and assume that the temperature can be expressed as the product of a function of x alone and a function of t alone,

$$T = f(t) X(x) \quad (59)$$

Substituting Eq. (59) into Eq. (56), we obtain

$$\frac{1}{\kappa f} \frac{df}{dt} = \frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} \equiv -\beta^2 \quad (60)$$

Equation (60) gives

$$\frac{1}{\kappa f} \frac{df}{dt} = -\beta^2 \quad (61)$$

$$\frac{d^2 X}{dx^2} + \beta^2 X = 0 \quad (62)$$

The general solution of Eq. (61) is

$$\begin{aligned} f &= A \quad \text{for} \quad \beta = 0 \\ f &= B e^{-\kappa \beta^2 t} \quad \text{for} \quad \beta \neq 0 \end{aligned} \quad (63)$$

The general solution of Eq. (62) is

$$\begin{aligned} X &= A_1 + A_2 x \quad \text{for} \quad \beta = 0 \\ X &= B_1 \cos \beta x + B_2 \sin \beta x \quad \text{for} \quad \beta \neq 0 \end{aligned} \quad (64)$$

Thus the general solution for temperature is given by

$$T = A_1 + A_2 x + e^{-\kappa \alpha^2 t} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) \quad (65)$$

The boundary condition (57) gives

$$A_1 = A_2 = C_1 = 0, \quad \beta_n = \frac{n\pi}{l} \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (66)$$

The general solution of the heat conduction equation given in Eq. (56) which satisfies the boundary condition in Eq. (57) is expressed in series form as

$$T = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right) e^{-\frac{\kappa\pi^2 n^2}{l^2}t} \quad (67)$$

From the initial condition given by Eq. (58), the following relation must be satisfied

$$T_0 = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right) \quad (68)$$

Using a Fourier sine series for odd functions, the Fourier coefficient B_n has the form

$$\begin{aligned} B_n &= \frac{2T_0}{l} \int_0^l \sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right) dx = -\frac{2T_0}{l} \frac{1}{n\pi} \left[\cos\left(\frac{n\pi}{l}x\right) \right]_0^l \\ &= \frac{2T_0}{n\pi} [1 - (-1)^n] \end{aligned} \quad (69)$$

Substitution of Eq. (69) into Eq. (67) gives the temperature:

$$T = \frac{2T_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[1 - (-1)^n]}{n} \sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right) e^{-\frac{\kappa\pi^2 n^2}{l^2}t} \quad (70)$$

Next, we analyze the transient thermal stress of the bar. The one-dimensional equilibrium equation in the absence of a body force is given by

$$\frac{d\sigma_x}{dx} = 0 \quad (71)$$

Using the Hooke's law given in Eq.(3), Eq. (71) reduces to

$$\frac{d\varepsilon_x}{dx} - \alpha \frac{d\tau}{dx} = 0 \quad (72)$$

where $\tau = T - T_0$. Substituting the relationship between strain and displacement given in Eq. (2) and Eq. (70) into Eq.(72), we obtain

$$\frac{d^2u}{dx^2} - \frac{2\alpha T_0}{l} \sum_{n=1}^{\infty} [1 - (-1)^n] \cos\left(\frac{n\pi}{l}x\right) e^{-\frac{\kappa\pi^2 n^2}{l^2}t} = 0 \quad (73)$$

By integrating Eq. (73) twice, the displacement u is obtained as

$$u = D_1 x + D_2 + \frac{2\alpha T_0}{l} \sum_{n=1}^{\infty} [1 - (-1)^n] \left(-\frac{l^2}{n^2 \pi^2}\right) \cos\left(\frac{n\pi}{l}x\right) e^{-\frac{\kappa\pi^2 n^2}{l^2}t} \quad (74)$$

where D_1 and D_2 are integral constants. From the clamped boundary condition for the displacement given in Eq. (16), integral constants D_1 and D_2 are determined.

$$\begin{aligned} D_1 &= -\frac{2\alpha T_0}{l^2} \sum_{n=1}^{\infty} [1 - (-1)^n] \left(\frac{l^2}{n^2 \pi^2}\right) e^{-\frac{\kappa\pi^2 n^2}{l^2}t} \\ D_2 &= \frac{2\alpha T_0}{l} \sum_{n=1}^{\infty} [1 - (-1)^n] \left(\frac{l^2}{n^2 \pi^2}\right) e^{-\frac{\kappa\pi^2 n^2}{l^2}t} \end{aligned} \quad (75)$$

Thus, the displacement can be obtained as

$$u = \frac{2\alpha T_0 l}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n}{n^2} \left\{ 1 - [1 - (-1)^n] \frac{x}{l} - \cos\left(\frac{n\pi}{l}x\right) \right\} e^{-\frac{\kappa\pi^2 n^2}{l^2}t} \quad (76)$$

The strain and the stress are also obtained from Eq. (2) and Eq. (3).

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} \\ &= \frac{2\alpha T_0}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - (-1)^n}{n^2} \left\{ -[1 - (-1)^n] + n\pi \sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right) \right\} e^{-\frac{\kappa\pi^2 n^2}{l^2}t} \end{aligned} \quad (77)$$

$$\sigma_x = -\frac{2\alpha E T_0}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} [1 - (-1)^n]^2 e^{-\frac{\kappa\pi^2 n^2}{l^2}t} \quad (78)$$

or alternative forms are

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= -\frac{4\alpha T_0}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \\ &\times \left\{ 2 - (2n+1)\pi \sin\left(\frac{(2n+1)\pi}{l}x\right) \right\} e^{-\frac{\kappa\pi^2 (2n+1)^2}{l^2}t} \end{aligned} \quad (79)$$

$$\sigma_x = -\frac{8\alpha E T_0}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} e^{-\frac{\kappa\pi^2 (2n+1)^2}{l^2}t} \quad (80)$$

Summary

Framed structures are supported by skeletons, or frames, made of wood, steel, reinforced concrete, etc. When these structures are subjected to a change in temperature, even though the change in size is small, this can, in some situations, induce considerable stresses. Hence, it is necessary to analyze the thermal stresses to ensure the safety of these structures. This article focuses on the basic understanding of one-dimensional thermal stresses. The bars contract or elongate according to the change in temperature and, if these deformations are constrained, thermal stresses are induced. As mentioned before, the problems for thermal stresses are statically indeterminate. The lack of the equations from statics are supplemented by equations based upon the thermal

deformations. After the analysis of thermal stresses for each framed work, calculations using actual physical properties, such as Young's modulus or the linear thermal expansion are performed for safety assessment.

References

1. Noda N, Hetnarski RB, Tanigawa Y: Thermal Stresses (2nd Edition), (2003), Taylor & Francis, 17-18
2. Nash WA: Strength of Materials (2nd Edition), (1972), McGraw-Hill Book Company, 32-33
3. Roy R Craig, JR: Mechanics of Materials (2nd Edition), (1999), John Wiley & Sons, 152-153

1. 著 書

安達理恵:『小学校の英語教育—多元的言語文化の確立のために』第16章「小学校外国語活動で求められるコミュニケーション能力」, 明石書店, pp.346-369 (2011.2)

中島 守, 川合宏之, 鈴木貴晃: 自動車 車検・整備ハンドブック, 精文館(2011.1)

中島 守, 吉田昌央, 小野秀文, 高田富男, 平野博敏, 川村貴裕: 安全のこころえ, 平成23年度版, 学校法人電波学園 愛知工科大学自動車短期大学(2011.3)

大西 清, 大西正敏: 機械設計製図便覧, 第11版第4刷(18章の改定作業), 理工学社(2011.12)

2. 論文・国際会議

宮崎保光: テラヘルツ波伝送用円形導波管の曲り部における電磁界特性の等角写像による解析, 愛知工科大学紀要, 8, pp.29-36 (2011.3)

宮崎保光: 大学の学部教育—基礎教育, 工学専門教育と大学院—, 愛知工科大学紀要, 8, pp.83-88 (2011.3)

宮崎保光, 野村良雄, 高橋港一: RFID信号伝搬のFDTD法による電界分布および受信特性解析, 愛知工科大学紀要, 8, pp.47-56 (2011.3)

Nobuo Goto and Yasumitsu Miyazaki: Wavelength-Selective Routing of Optical Short Pulses with Weighted Collinear Acoustooptic Devices, Jpn. J. Appl. Phys., 50, 072503, pp.072503-1-072503-7, (2011.7)

Yasumitsu Miyazaki: Image Reconstruction Theory of Electromagnetic Wave CT for Scattering and Absorption, Proceedings of International Symposium on Microwave and Optical Technology (ISMOT 2011), Prague, Czech Republic, EU, Electromagnetic theory, Embedded Systems, 4 (2011.6)

Yasumitsu Miyazaki, Tadahiro Hashimoto and Koichi Takahashi: FDTD Analysis of Signal and Interference Characteristics for RFID Channel Systems, Proc. of International Symposium on Microwave and Optical Technology (ISMOT 2011), Prague, Czech Republic, EU, Optical fibers and waveguides, Satellite & Wireless Communication Systems, 2 (2011.6)

Yasumitsu Miyazaki: Spectral Theory of Beam Scattering by Random Curved Surfaces for Imaging Laser Radar, Proceedings of Progress In Electromagnetics Research Symposium (PIERS 2011), Suzhou, China, pp.188-192 (2011.9)

Yasumitsu Miyazaki, Nobuo Goto and Koichi Takahashi: FDTD Analysis of Signal and Interference Characteristics in Multi-channel Propagation over Forests for WiMAX Communication, Proc. of Progress In Electromagnetics Research

Symposium (PIERS 2011), Suzhou, China, pp.424-429 (2011.9)

Nobuo Goto and Yasumitsu Miyazaki: Switching Characteristics of Optical Pulse Train by Weighted Collinear Acoustooptic Switches, Proceedings of The 32nd Symposium on Ultrasonic Electronics (USE2011), Kyoto, Vol.32, 2Pa1-8, pp.71-72 (2011.11)

杉浦伸明ほか: IEC/TS 62610-2 Ed. 1.0: Mechanical structures for electronic equipment – Thermal management for cabinets in accordance with IEC 60297 and IEC 60917 series – Part2: Design guide: Method for the determination of forced air-cooling structure (2011.7)

杉浦伸明ほか: IEC 61587-2 Ed.2.0: Mechanical structures for electronic equipment –Tests for IEC 60917 and IEC 60297 – Part 2: Seismic tests for cabinets and racks (2011.8)

杉浦伸明ほか: IEC 61587-1 Ed. 3.0: Mechanical structures for electronic equipment –Tests for IEC 60917 and IEC 60297 – Part 1: Environmental requirements, test set-up and safety aspects for cabinets, subracks and chassis under indoor conditions (2011.11)

杉浦伸明ほか: JIS C 6011-1: JIS C 6010 規格群及び IEC 60297 規格群に規定する電子装置用きょう体の試験法—第1部: キャビネット・ラック・サブラック及びシヤシの耐候性・機械的強度・安全性に関する試験方法, 2011年1月20日

杉浦伸明ほか: JIS C 6011-2: JIS C 6010 規格群及び IEC 60297 規格群に規定する電子装置用きょう体の試験法—第2部: キャビネット及びラックの耐震試験方法, 2011年1月20日

杉浦伸明ほか: JIS C 6011-3: JIS C 6010 規格群及び IEC 60297 規格群に規定する電子装置用きょう体の試験法—第3部: キャビネット・ラック及びサブラックの電磁シ

ールド性能試験方法, 2011年1月20日

吉田 茂: CSVファイルと連携して簡単にXMLデータ処理を行うライブラリ・ソフトウェアの検討, 愛知工科大学紀要, 第8巻, pp.57-66 (2011.3)

加藤高明, 松下直樹: Webを利用した就職活動報告書管理システムの開発, 愛知工科大学紀要第8巻, pp.5-10 (2011.3)

加藤高明, 小池章行: クラウドコンピューティングサービスの有効活用に関する検証, 愛知工科大学紀要第8巻, pp.91-96 (2011.3)

Xiao Yao, Takatoshi Jitsuhiro, Chiyomi Miyajima, Norihide Kitaoka, Kazuya Takeda: An Analysis of the Speech Under Stress Using the Two-Mass Vocal Fold Model, Proc. of Workshop on Paralinguistic Information and its Integration in Spoken Dialogue Systems (IWSDS), pp.53-58, 2011.

杉森順子: 不確実という確実, 第3回静岡アートドキュメント, 静岡市 (2011.12).

杉森順子: 哲学劇 馬鹿の国と阿呆の国 舞台映像, 静岡県舞台芸術センター, 静岡市 (2011.12).

杉森順子: All you need is Love ,Dream of the Shadow IV", 第13回遠州横須賀街道ちっちゃな文化展招待作品, 静岡県掛川市 (2011.10).

杉森順子: スーパーサイエンス・パートナシップ・プロジェクト, 数式をアートしよう!, アートプロジェクトプロデュース, 蒲郡市生命の海科学館 (2011.8).

杉森順子: 映像美術館 ,Whole Video Museum, 札幌ビエンナーレプロポーザル国際コンペティション入賞 (2011.4).

S. Mizutani, T. Nakagawa and M. Chen: Optimal Inspection Policies for a Multi-Unit System, International Journal of Reliability and Quality Performance, Vol. 2, No. 1, pp. 55-61 (Januray-june 2010).

S. Mizutani, S. Koike and T. Nakagawa: Maintenance Policies for a Random Finite Interval, The 7th International Conference on "Mathematical methods in Reliability" -Theory. Method. Applications. (MMR2011), China, pp. 537-543. (2011.6)

S. Mizutani and T. Nakagawa: Replacement Policies with Interval of Dual System for System Transition, 2011 International Conference on Advanced Software Engineering & Its Applications (ASEA 2011), Korea, pp. 362-369 (2011.12)

R. Adachi: The effect of increased English activities on socio-cultural attitudes and intercultural communicative attitudes of young Japanese learners, JACET Journal, 52, pp.1-18. (2011.3)

安達理恵: 大学の国際化に関する教員・職員の意識調

査一国際化への対応を目指して一, 異文化間教育学会第32回大会発表抄録, お茶の水女子大学, pp.132-133. (2011.6)

R. Adachi: The difference of sex and age on motivation and sociocultural attitudes among Japanese young EFL students, The 9th Asia TEFL International Conference, Hotel Seoul KyoYuk MunHwa HoeKwan, in Seoul, Korea, p.299. (2011.7)

中島 守, 川村貴裕, 平野博敏, 小野秀文, 吉田昌央: 大学生の自動車整備における安全作業の認識度と整備技術, 工学教育 第59巻 第4号, pp. 55-59 (2011.7)

橋本孝明, 池田八郎: たんぼぼの種の抵抗係数の簡易推定, 愛知工科大学紀要第8巻, pp.97-100 (2011.3)

鈴木宏和, 齋藤 健, 中島公平, 村上好生: 6気筒ガソリンエンジンの燃料噴射休止による燃費向上, 日本設計工学会誌, vol.46, No.3, pp16-20 (2011.3)

鈴木宏和, 鈴木貴晃, 亀井幹雄, 川村貴裕, 湊 史仁: CAN通信システム学習用教材の開発, 自動車整備技術に関する研究報告誌第40号, pp.36-41(2011.8)

Hirokazu Suzuki, Koki Yamaji, Takaaki Hashimoto: An Investigation on the Educational Materials of the CAN Communication System for the Students Learning Maintenance Technology, International Conference on Technology Education in the Pacific-Rim Countries (ICTE2011-Japan), pp.82(2011.11)

Hirokazu Suzuki, Ken Saito, Kohei Nakashima, Yoshio Murakami: Improving Fuel Consumption by Stopping Two or Three Fuel Injectors in a Six-Cylinder Gasoline Engine, Japan Society for Design Engineering, vol.46, No.12, pp.64-68 (2011.12)

鈴木宏和, 齋藤 健, 中島公平, 村上好生: 4気筒ガソリンエンジンでの1,2気筒分燃料噴射休止による燃費特性, 日本設計工学会誌, vol.46, No.12, pp.58-63 (2011.12)

掛布知仁, 中島 守: 自動車整備教育の特殊性と学生が有する寸法の認識能力の調査, 工学教育 第59巻 第1号, pp.88-92 (2011)

Kohei Nakashima, Yuji Sakakibara, Sumio Teramoto, Masao Yoshida, Yoshio Murakami, Masago Yamamoto, Kiyoyuki Kawai: Thermal Characterization of Air-Cooled Aluminum Die-Cast Cylinder Blocks with Various Cast Iron and Aluminum Liners, SAE Technical Paper Series SAE 2011-01-0316(2011.4).

中西悠弥, 矢野正孝: 電気冷蔵庫の環境特性改善に関するLCA検証, 愛知工科大学紀要, 第8巻, pp.11-20 (2011.3)

Shinji Tamano and Motoyuki Itoh: Comparison of turbulence structures at large and small drag reduction ratios in turbulent boundary layer of surfactant solutions, Journal of Turbulence, Vol.12, No.18, pp.1-22(2011.3)

吉川高正, 山下祐輝, 稲葉忠司, 徳田正孝: ジルコニウム基バルク金属ガラスの熱塑性変形による常温引張脆性の改善, 材料, Vol.60, No.6, pp.533-539(2011.6)

Hiroshi Matsuura, Hitomi Hokonohara, Tomoe Sugita, Akihiko Takagi, Kohji Suzuki, Takuya Matsumoto, and Tomoji Kawai : DNA observation with scanning tunneling microscope using a solution, J. Appl. Phys., Vol.109, pp. 034701(1)-(5) (2011).

Junichi Haruyama, Shujiro Sawai, Takahide Mizuno, Tetsuo Yoshimitsu, Seisuke Fukuda, Ichiro Nakatani: Exploration of Lunar Holes, Possible Skylights of Underlying Lava Tubes, by Smart Lander for Investigating Moon (SLIM), 28th International Symposium on Space Technology and Science, June 2011

中谷一郎, 片山雄二, 森康夫: 月面探査ローバの検討, 愛知工科大学紀要, 8, pp21-28 (2011.3)

Masahiro Isogai : Locomotion Mechanism and Control Method for a Microrobot Using the Difference in the Vibration Characteristics of the Legs(Fabrication of a Prototype Microrobot; Preliminary Experiments and Experiments in Turning Control), Proceedings of the 2011 International Symposium on Micro-Nano Mechatronics and Human Science, P2-19(2011.11).

Noriaki Matsubara, Shigeru Miyachi, Yoshitaka Nagano, Tomotaka Ohshima, Osamu Hososhima, Takashi Izumi, Arihito Tsurumi, Toshihiko Wakabayashi, Akihito Sano, and Hideo Fujimoto: Evaluation of the characteristics of various types of coils for the embolization of intracranial aneurysms with an optical pressure sensor system, Neuroradiology, Vol.53, No.3, pp.169-175 (2011.3)

西尾幸宏, 永野佳孝, 山田裕之, 松原功明, 宮地茂, 原口健一, 藤本英雄, 佐野明人, 細島理, 大島共貴, 若林俊彦: 脳動脈瘤コイル塞栓術支援装置の開発, 細胞, Vol.43, No.9, pp.349-353, (2011.8)

藤本裕, 名和靖彦, 相木国男: ドアセンサを利用した24GHz帯マイクロ波ドップラー速度計, 愛知工科大学紀要, 8, pp.67-71 (2011.3).

西野渉, 名和靖彦, 相木国男: 超音波を用いたレーダ原理の実験(第2報)リアルタイム表示と多重反射像の消去処理, 愛知工科大学紀要, 8, pp.73-76 (2011.3).

Koichi Sakaguchi, Koichi Shimakawa, Yoshinori Hatanaka: Transport and recombination of photo-carriers under potential fluctuation in TiOx films prepared by rf magnetron

sputtering method, Phys. Status Solidi C8, No.9, pp2796-2799(2011.5)

Koichi Sakaguchi, Masaki Fukazawa, Koichi Shimakawa, Yoshinori Hatanaka: Highly conductive titanium oxide films by RF magnetron sputtering, Phys. Status Solidi C8, No.9, pp2742-2745(2011.5)

坂口鋼一, 嶋川晃一, 畑中義式: 酸化チタン薄膜の光電流における拡張指数関数, 愛知工科大学紀要, 8巻, pp.1-4 (2011.3)

深澤正樹, 坂口鋼一, 嶋川晃一, 畑中義式: 高周波マグネトロンスパッタリングによる酸化チタン薄膜の伝導率特性, 愛知工科大学紀要, 8巻, pp.77-82 (2011.3)

坂口鋼一, 嶋川晃一, 畑中義式: 酸化チタン薄膜の光電流における拡張指数関数, 光触媒技術情報, No.72, pp.225-228 (2011.8)

深澤正樹, 坂口鋼一, 嶋川晃一, 畑中義式: 高周波マグネトロンスパッタリングによる酸化チタン薄膜の伝導率特性, 光触媒技術情報, No.72, pp.229-234 (2011.8)

Keiichi Okuyama, Teruhiko Kanada, Sumio Kato, Takeharu Sakai, Toshiyuki Suzuki, Kazuhisa Fujita and Seiji Nishio : Thermochemical and Thermomechanical Characteristics of an Ultra Lightweight CFRP under High Temperature Environments, 2011-c-15, International Symposium on Space Technology and Science, Okinawa, Japan, June 5-10 2011

Sumio KATO, Keiichi OKUYAMA, Kenta GIBO, Takuma MIYAGI, Toshiyuki SUZUKI, Kazuhisa FUJITA, Takeharu SAKAI, Seiji NISHIO and Akihiro WATANABE, : Thermal Response Simulation of Ultra-Light Weight Phenolic Carbon Ablator by the Use of the Ablation Analysis Code, Journal of ISTS (International Symposium on Space Technology and Science)【掲載可】

Toshiyuki SUZUKI, Kazuhisa FUJITA, Takeharu SAKAI, Keiichi OKUYAMA, Sumio KATO and Seiji NISHIO : Thermal Response Analysis of Low-Density CFRP Ablator, Journal of ISTS (International Symposium on Space Technology and Science)【掲載可】

Takeharu SAKAI, Keiichi OKUYAMA, Yusuke KOBAYASHI, Masami TOMITA, Toshiyuki SUZUKI, Kazuhisa FUJITA, Sumio KATO and Seiji NISHIO : Post-Test Sample Analysis of A Low Density Ablator Using Arcjet, Journal of ISTS (International Symposium on Space Technology and Science)【掲載可】

3. 特 許

高橋 亨, 永野佳孝, 磯部 浩, 小池孝誌: 回転検出装置付き軸受, 特許 4704065, (2011 年 3 月 18 日登録)

小池孝誌, 永野佳孝: ドアオープナー, 特許 4755362, (2011 年 6 月 3 日登録)

Hideo Fujimoto, Akihito Sano, and Yoshitaka Nagano:

Device and method for measuring compressive force of flexible linear body, United States Patent 7,984,659, July 26, 2011

Toru Takahashi, Yoshitaka Nagano, Hiroshi Isobe, and Takashi Koike: Bearing with rotation detection device, United States Patent 7,988,363, August 2, 2011

4. 解説・総説

Yasumitsu Miyazaki, Nobuo Goto and Takanori Innami: Analysis of Dispersion Characteristics in Photonic Crystal Consisting of Periodic Atoms for Nanometer Waveguides, X 線電磁界応用技術調査専門委員会編, X 線電磁界応用技術, 6, 電気学会技術報告, 第 1214 号, pp.9-12 (2011.2)

Yasumitsu Miyazaki: Electromagnetic Characteristics of Grid Structures for Scattering Fields of Nano-meter Electromagnetic Waves and X-rays, X 線電磁界応用技術調査専門委員会編, X 線電磁界応用技術, 7, 電気学会技術報告, 第 1214 号, pp.13-17 (2011.2)

Koichi Takahashi, Yasumitsu Miyazaki and Nobuo Goto: FDTD Parallel Computing of Fundamental Scattering and Attenuation Characteristics of X-ray for Medical Image Diagnosis, X 線電磁界応用技術調査専門委員会編, X 線電磁界応用技術, 8, 電気学会技術報告, 第 1214 号, pp.18-21 (2011.2)

杉浦伸明: IEC SC48D の規格概要と応用, IEC SC48D 電子機器の機械的構造標準化規格」の現状と活動報告セミナー, (社) 電子情報技術産業協会, 2011 年 11 月 25 日

石川雄二郎: ゲージ理論からのマクスウェル方程式, 愛知工科大学紀要, 第 8 巻, pp.101-114(2011.3)

杉森順子: ドイツ・イギリスにおけるメディア・アート・ビデオアート 視察についての報告書, 愛知工科大学紀要 第 8 号, P121 ~ 127 (2011.3)

安達理恵: 『 在日外国人と多文化共生』 書評, 「 新英語教育」 7 月号, p.43 (2011.7)

大迫尚行: 授業評価アンケートに関する一考察 -満足度との観点から-, 愛知工科大学紀要, 第 8 巻, pp.115-120 (2011.3)

5. 口頭発表

高橋港一, 黄 新民, 宮崎保光: 適応型ネットワークにおける光ニューロルータを構成する導波型光スイッチング特性の FDTD 解析, 電子情報通信学会技術研究報告, 情報ネットワーク研究会 IN2011-31, pp.13- 18 (2011.6)

宮崎保光, 後藤信夫, 高橋港一: 森林モデルにおける WiMAX 信号伝搬特性の FDTD 並列計算, 電気学会研究会資料, 電磁界理論研究会 EMT-11-123, pp.101-106 (2011.11)

宮崎保光: 画像認識レーザーダにおけるランダム曲面によるビーム波散乱統計理論, 2011 年電子情報通信学会総合大会 エレクトロニクス講演論文集 1, C-1-19,

p.19 (2011.3)

宮崎保光, 河野鉦平: 光 CT における生体組織内散乱光に対するグリッド型空間フィルタ特性の 3 次元 FDTD シミュレーション, 2011 年電子情報通信学会総合大会 エレクトロニクス講演論文集 1, C-1-16, p.16 (2011.3)

宮崎保光, 後藤信夫, 高橋港一: WiMAX 通信におけるマイクロ波の森林モデルによる伝搬・散乱解析, 2011 年電子情報通信学会総合大会 エレクトロニクス講演論文集 1, C-1-21, p.21 (2011.3)

宮崎保光: 散乱特性を考慮した光 CT における像再生理

論, 第 25 回日本レーザー医学会東海地方会プログラム・抄録集, p.14 (2011.7)

宮崎保光, 野村良雄, 高橋港一: 医療用 RFID を用いた電子カルテに関する信号受信特性, 第 25 回日本レーザー医学会東海地方会プログラム・抄録集, p.15 (2011.7)

宮崎保光, 後藤信夫, 高橋港一: 森林モデルにおける WiMAX 信号伝搬特性の FDTD 並列計算, 平成 23 年度電気関係学会東海支部連合大会講演論文集, A2-4 (2011.9)

蟹江仙英, 森田良規, 宮崎保光: 簡易型データロガーシステムを用いた環境防災ネットワーク, 平成 23 年度電気関係学会東海支部連合大会講演論文集, B4-7 (2011.9)

手島知昭, 神藤善洋, 小沢慎治: 料金所における車両軌跡抽出とその精度評価, 電子情報通信学会 ITS 研究会技術報告, Vol. 110, pp. 1-4 (2011.3)

荒井伸太郎, 小沢慎治: LED 可視光通信におけるボケを含んだカメラ画像からの信号検出, 電子情報通信学会 ITS 研究会技術報告, Vol.110, No.420, ITS2010-42, pp. 107-111

横山昌史, 尾林史章, 小塚一宏: 自転車の”ながら運転”の危険性に関する実験的検討, 愛知県 ITS 推進協議会主催の私たちの ITS ワールド (2011.12)

真野雄大, 五十右 準, 實廣貴敏, 小暮 潔: 2 種類のマイクロホンを利用して自動同期しつつ雑音抑圧する手法, 日本音響学会 2011 年春季研究発表会講演論文集, pp. 155-156, 2011 年 3 月

Yao Xiao, Takatoshi Jitsuhiro, Chiyoumi Miyajima, Norihide Kitaoka, Kazuya Takeda: On the use of the two-mass vocal cord model in characterizing the stress speech, 電子情報通信学会 技術報告, vol.111, no.97, SP2011-36, pp.35-40, 2011 年 6 月.

加藤高明, 三宅 透: Web 動画プレゼンテーションの制作と実用的活用, 日本産業技術教育学会第 26 回情報分科会研究発表会講演論文集 pp.79-82 (2011.3)

松下直樹, 加藤高明: 就職活動報告書管理システムの開発とその応用, 日本産業技術教育学会第 26 回情報分科会研究発表会講演論文集 pp.83-86 (2011.3)

小池章行, 加藤高明: クラウドサービスの活用による学生間コミュニケーションの向上, 日本産業技術教育学会第 26 回情報分科会研究発表会講演論文集 pp.87-90 (2011.3)

水谷聡志, 中川暉夫: Maintenance Policies for a Random Finite Interval, 日本 OR 学会 2011 年度春季研究発表会アブストラクト集, pp. 226-227 (2011.3).

水谷聡志, 中川暉夫: 二重系運用期間をもつ最適取替方策の拡張モデル, 日本 OR 学会 2011 年度秋季研究発表会アブストラクト集, p.98-99 (2011.9).

中川暉夫, 趙旭峰, 水谷聡志: Optimization Problems of a Parallel System with Random Number of Units, 日本 OR 学会 2011 年度秋季研究発表会アブストラクト集, p.92-93 (2011.9).

安達理恵: 外国語活動時間増加に伴う小学生の動機づけとコミュニケーション態度: 1 小学校での長期的調査事例研究, 中部地区英語教育学会, 福井大学 (2011.6)

安達理恵: 小学生の外国語活動における動機づけモデル, 外国語教育メディア学会, 第 51 回全国研究大会, 名古屋学院大学 (白鳥) (2011.8)

大迫尚行: 完全軸交換による LU 分解の一応用 - 関数の有理関数補間 -, 日本応用数理学会 2011 年度年会講演予稿集, pp.107-108 (2011.9)

中島 守, 小野秀文, 平野博敏, 川村貴裕, 吉田昌央: 自動車整備における事故予防教育プログラムの開発 - 第 3 報 電装整備実習の改善効果に関する検討 -, (社) 日本工学教育協会 平成 23 年度 工学教育研究講演会 講演論文集, pp.364-365 (2011.9)

橋本孝明, 井上久弘, 長谷川康和, 尾崎 勝, 永田英雄: 発明クラブの子どもたちへのさらなる工学教育, 日本機械学会 2011 年度年次大会, S201011(2011.9)

鈴木宏和, 山路康貴: 自動車整備士教育における CAN 通信システム学習教材の研究, 電子情報通信学会技術研究報告 vol.111 No.39, pp.1-6 (2011.5)

三品明博, 掛布知仁, 鈴木規文, 小野秀文, 中島 守: 安全教育の視野に立った重量認識能力の調査, (社) 日本工学教育協会 平成 23 年度 工学教育研究講演会 講演論文集, pp.362-363(2011.9)

榊原雄司, 中島公平, 吉田昌央, 村上好生, 山本匡吾, 川合清行: 鋳鉄とアルミのライナ付き空冷アルミ シリンダブロックの熱的特性, 日本設計工学会平成 23 年度秋季大会研究発表講演会講演論文集, pp. 55-58(2011.10).

新海竜也, 梶谷満信: 逆モデルを用いた単純適応制御, 日本機械学会東海学生会, 2011 年卒業研究発表会 (2011.3)

椎名保顕: 物性値の異なる異方性水平多孔質層中の自然対流熱伝達, 日本機械学会東北支部第 46 期講演会 (2011.3)

村上 新: 水平基礎励振を受ける構造物と振り子型動吸振器の非線形連成振動, 日本機械学会東海支部, 第 60 期総会講演会講演論文集, No.113-1, #852 in CD-ROM(pp.1-2), pp.1-2, (2011.3)

松浦 寛, 谷川民生, 橋本秀紀: 周期的不均一電場における液面運動の解析と適用 第 72 回応用物理学会学術講演会 31a-S-12, (2011,8)

村上 新: 永久磁石による無制御磁気浮上回転体の最適化, 第 23 回「電磁力関連のダイナミクス」シンポジウ

ム講演論文集, pp.247-252, (2011.5)

土屋仁志, 小澤佳由, 大平 聖, 大西正敏: 筋電位を用いたロボットハンド, 日本機械学会学生卒研発表講演会, pp.108-9 (2011.3)

大西正敏, 小澤佳由, 大平 聖, 田宮 直: 小型飛行船を用いた環境モニタリングへの一考, 第54回自動制御連合後援会論文集, 1A101 (2011.11)

和田隆介, 渡部清貴, 水谷康平, 大西正敏: 筋電位を用いたリハビリ用支援ロボットの設計, 日本設計工学会平成23年度秋季大会研究発表講演会論文集, pp.208-209 (2011.10)

正飯塚浩二郎, 学笹木竜也, 久保田武志, 西谷篤郎, 中谷一郎: 軟弱地盤における小型月面探査ローバ用車輪の走行性能評価, 日本機械学会 第12回「運動と振動の制御」シンポジウム (MOVIC2011) (2006.6)

中谷一郎, 所 誠矢, 西田信一郎, 片山雄二, 森 康夫: セミ自律方式の月探査ローバの提案, 日本機械学会 2011年度年次大会 (2011.9)

飯塚浩二郎, 笹木竜也, 久保田武志, 西谷篤郎, 中谷一郎: 月惑星探査モバイルローバに有効な小型車輪の検討, 日本機械学会 2011年度年次大会 (2011.9)

中谷一郎: ルーボ開発報告, JAXA 月面ロボット・チャレンジ平成23年度中間報告会 (2011.11)

石井大輔, 茅根直樹, 畑中義式: 計測用カメラを用いた光空間伝送に関する研究, 2011年電子情報通信学会エレクトロニクスソサイエティ大会講演論文集, C-14-11(2011.9)

磯貝正弘, 間瀬優介, 佐藤翔太: 脚の固有振動数の差を利用した電磁式マイクロ移動ロボットの機構と制御に関する研究 (旋回走行制御の実験), 日本機械学会情報・知能・精密機器部門講演会講演論文集, pp.159-160(2011.3).

磯貝正弘, 佐藤翔太, 間瀬優介: 脚の固有振動数の違いを利用した電磁式マイクロ移動ロボットの機構と制御に関する研究 (直進走行の速度制御の実験), 日本機械学会ロボティクスメカトロニクス講演会講演論文集, 1A2-G04(2011.5).

磯貝正弘: 脚の振動特性の違いを利用した電磁式マイクロ移動ロボットの機構と制御に関する研究 (正弦波信号の出力が可能なコントローラの試作と旋回走行の実験), 日本ロボット学会講演会講演論文集, 1D1-2(2011.9).

磯貝正弘: ロボットシステム実験・実習の取り組みについて (アクチュエータの実験の事例紹介), 日本ロボット学会講演会講演論文集, 2C2-1(2011.9).

磯貝正弘, 坂口鋼一: ロボットシステム実験・実習の取り組みについて (センサーの実験の事例紹介), 計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会講演論文集, 2G1-2(2011.12).

深澤正樹, 坂口鋼一, 原 和彦, 嶋川晃一, 畑中義式: RFマグネトロンスパッタによる高伝導性酸化チタン薄膜の伝導特性, 第72回応用物理学学会学術講演会 31a-ZK-6(2011.8).

山田浩之, 津田紀生, 山田 諄, 名和靖彦: 自己結合型半導体センサを用いた微小変位システム, 平成23年電気学会全国大会講演論文集, 1-135 (2011.3).

名和靖彦, 松浦 龍, 伊藤 守, 相木国男: 気象衛星NOAAの理科教育利用, 第58回応用物理学関係連合講演会, 25a-P4-39 (2011.3).

森 雅和, 津田紀生, 山田 諄, 名和靖彦: 半導体レーザーによる自己結合型微小変位システム, 平成23年度電気関係学会東海支部連合大会講演論文集, P2-3 (2011.9).

伊藤浩司, 金田照彦, 山口雅希, 小川記央, 奥山圭一: 粘土鉱物シートで強化した超高压水素複合材タンクの試作, 第42回日本機械学会東海支部学生員卒業研究発表講演会, 2011.03.13, 豊橋技術科学大学

山本竜裕, 山口雅希, 伊藤浩司, 奥山圭一: レーザ誘導を使用した小型惑星探査実験機の試作, 第42回日本機械学会東海支部学生員卒業研究発表講演会, 2011.03.13, 豊橋技術科学大学

鈴木俊之, 藤田和央, 酒井武治, 奥山圭一, 加藤純郎, 西尾誠司: 加熱試験環境下における軽量アプレータの熱応答解析, 2011年度日本流体力学会, 首都大学東京, 2011.09.07-09

飯島健介, 今井田真嘉, 小田基貴, 渡邊直也, 奥山圭一: 小型ロケットを用いた自律制御小型火星探査ロボットの開発, 第55回宇宙科学技術連合講演会, 2011年11月30日～12月2日, 愛媛県県民文化会館

岩上敏男, 伊藤浩司, 日比野茂, 奥山圭一, 中須賀真一: 小型衛星へのPEEK/CFRP適用化研究, 第55回宇宙科学技術連合講演会, 2011年11月30日～12月2日, 愛媛県県民文化会館

伊藤浩司, 岩上敏男, 日比野茂, 奥山圭一, 中須賀真一: ガンマ放射線を照射されたPEEK/CFRPの機械的特性第, 55回宇宙科学技術連合講演会, 2011年11月30日～12月2日, 愛媛県県民文化会館

金田照彦, 奥山圭一, 加藤純郎, 鈴木俊之, 藤田和央, 酒井武治, 西尾誠二: 超軽量CFRPアプレータの高湿環境における熱防御特性, 55回宇宙科学技術連合講演会, 2011年11月30日～12月2日, 愛媛県県民文化会館

6. その他

杉森順子：数式をアートしよう！メディアアートワークショップ実施報告，蒲郡市生命の海科学館(2011.9.18).

杉森順子：研究室訪問，Koka TIMES 2011年3月15日号，P7(2011.3)

水谷聡志，中川暉夫：Optimal Maintenance Policy with a Interval of Duplex System, (2010年度IEEE Reliability Society Japan Chapter 学術奨励賞), IEEE Reliability Society Japan Chapter Annual Meeting および2010年度Chapter Awards 受賞記念講演会, (2011.6).

安達理恵：「大学の国際化に関する意識調査結果報告書」，愛知工科大学国際交流検討小委員会(編)，pp.1-12.(2011.3)

安達理恵：(2)英語プレイスメントテストと意識調査他，「基礎教育センター年報」，2010年度第2号，愛知工科大学，pp.10-15, 25,29.(2011.4)

安達理恵：FD講演会「本学での英語教育を振りかえって一課題と提案」，愛知工科大学，(2011.4)

安達理恵：シンポジウム講演「小学校英語活動で伸ばしたいコミュニケーション能力」，「動き出した小学校英語活動」—小中連携の言語的基盤—，第2回英語教育総合学会，大阪大学大学院(2011.12)

橋本孝明：岡崎ものづくり基盤技術講座「材料・塑性力学」プレス加工の基礎知識①プレス材料の種類・性質・用途，岡崎ものづくり推進協議会，岡崎商工会議所，中小企業相談所主催(2011.2.22)

橋本孝明：岡崎ものづくり基盤技術講座「材料・塑性力学」プレス加工の基礎知識②プレス技術の基本と問題点，岡崎ものづくり推進協議会，岡崎商工会議所，中小企業相談所主催(2011.3.2)

橋本孝明：岡崎ものづくり基盤技術講座「材料・塑性力学」プレス加工の基礎知識③プレス機械の種類・用途・機能，岡崎ものづくり推進協議会，岡崎商工会議所，中小企業相談所主催(2011.3.8)

橋本孝明，橋本孝輔：蒲郡市形原公民館平成23年度子ども教室 科学にチャレンジ 火起こし機を作ろう！，蒲郡市形原公民館(2011.5.14)

橋本孝明，尾崎 勝，田宮 直：平成23年度家庭の日親子教室「風力発電工作教室」，蒲郡市教育委員会青少年センター(2011.5.15)

橋本孝明，長谷川康和：幸田町立図書館夏休み理科教室「電池作り」，幸田町立図書館(2011.7.28)

橋本孝明，尾崎 勝：蒲郡市立図書館夏休み工学教室「作って遊ぼう！リモコン クワガタムシ・カブトムシ」，蒲郡市図書館(2011.7.30)

橋本孝明，橋本孝輔：蒲郡市形原公民館平成23年度夏休み親子理科教室「アルキメデスの原理を考えよう」，蒲郡市形原公民館(2011.8.20)

橋本孝明：機械加工技術講座第2回担当 プレス加工について，蒲郡技術科学振興会主催(2011.10)

橋本孝明，尾崎 勝：蒲郡市立三谷中学校文化祭「体験講座」実験Ⅱ「流体の不思議な現象を考える」，蒲郡市立三谷中学校(2011.11.12)

橋本孝明，橋本孝輔：蒲郡市形原公民館平成23年度子ども教室 科学にチャレンジ くだもの電池を作ろう！，蒲郡市形原公民館(2011.11.12)

橋本孝明：玉虫にちなんで，愛知工科大学紀要第8巻，pp.89-90(2011.3)

橋本孝明：図書館に対する思い，AUT図書館だより(愛知工科大学・愛知工科大学自動車短期大学図書館報第4号)，p1(2011.4)

橋本孝明：図書館の一層の充実をめざして，AUT図書館だより(愛知工科大学・愛知工科大学自動車短期大学図書館報第5号)，p1(2011.11)

橋本孝明：蒲郡の文化あれこれ，第14回AUT文化講演会，愛知工科大学，(2011.10)

椎名保顕：伝熱促進用金属多孔体が挿入された多孔質層中の自然対流発生と熱伝達，東京大学工学部原子力研究施設，オフパイル研究会(2011,3)

村上 新：ダイナミックダンパーの原理と応用，蒲郡技術科学振興会 第13回公開講座，(2011.7.)

大竹才人：環境にやさしいエネルギーとは，東三河高大連携協議会，夏季大学体験講義，愛知工科大学，(2011,7)

大竹才人：エネルギー事業の新展開，第13回蒲郡技術科学振興会 公開講座，愛知工科大学，(2011,7)

大竹才人：脱原発に向けた再生可能エネルギーとは，第14回AUT文化講演会，愛知工科大学，(2011,10)

大竹才人: 加藤諦三「無理しないほうが愛される ～自分の魅力に気づく心理学～」, AUT 図書館だより, No.5, pp4-5, (2011,11)

大竹才人: 直面する脱原発 ～核廃棄物問題から再生可能エネルギーへ～, 第 15 回 AUT 文化講演会, 愛知工科大学, (2011,12)

大西正敏: パネルディスカッション, 蒲郡ロボット講演会 2011, 蒲郡商工会議所 (2011.2)

大西正敏: 現在のロボット技術から未来へ, 東三河高大連携協議会, 夏季大学体験講義, 愛知工科大学 (2011.8)

永野佳孝, 佐野明人, 藤本英雄: 脳血管カテーテル治療用支援機器の開発研究, 計測自動制御学会中部支部第四十一期支部賞研究賞, 2011 年 1 月 22 日

Keichi OKUYAMA: To Venus, to Mars and to Earth, Our challenges, The 11th International Symposium on Aerospace Technology 2011, Gyeongsang National University, September 22-25, 2011【招待講演】

野中 登: 東三河高大連携成果発表, 平成 22 年度東三河高大連携協議会フォーラム (2011.2.5)

野中 登: マイコンを用いたロボット制御, 東三河高大連携協議会, 夏季大学体験講義, 愛知工科大学 (2011.8)

井上久弘: 機械加工と測定・計測について, 蒲郡技術科学振興会主催, 第 1 回機械加工技術講座 (2011.10.4)

橋本孝明, 井上久弘: プレス加工について, 蒲郡技術科学振興会主催, 第 2 回機械加工技術講座 (2011.10.11)

井上久弘: 放電加工について, 蒲郡技術科学振興会主催, 第 3 回機械加工技術講座 (2011.10.18)

井上久弘: レーザー加工, ウォータージェット加工について, 蒲郡技術科学振興会主催, 第 4 回機械加工技術講座 (2011.10.25)

向山恵三, 井上久弘: トヨタ生産方式について・・・ムダとは・・・, 蒲郡技術科学振興会主催, 第 5 回機械加工技術講座 (2011.11.1)

愛知工科大学紀要規程

- 第1条 愛知工科大学および愛知工科大学自動車短期大学(以下本学という。)における学術研究の進歩と発展に貢献し、その成果を内外に公表することを目的として紀要を発行する。
- 第2条 紀要の名称は、「愛知工科大学紀要」とする。
- 第3条 愛知工科大学紀要の編集、発行等についてはこの規程の定めるところによる。
- 第4条 愛知工科大学紀要は、原則として、毎年3月に発行するものとする。
- 第5条 愛知工科大学紀要に投稿できる者は、本学専任教員、職員、その他本学教授会で認められた者とする。
- 第6条 投稿者は、別に定める愛知工科大学紀要投稿細則に従い愛知工科大学紀要編集委員会(以下編集委員会という。)に原稿を提出するものとする。
- 第7条 編集委員会は、投稿原稿を審査し、その採否を決定する。
2. 研究論文等については、前項の審査をするに当たり、学内外の学識経験者に査読を依頼するものとする。
- 第8条 愛知工科大学紀要の発行部数と送付先については、編集委員会が決定する。
- 第9条 この規程の改廃は、編集委員会の議を経て、本学教授会が行う。

附 則 この規程は、平成15年4月1日から施行する。

附 則 この規程は、平成19年4月1日から施行する。

愛知工科大学紀要投稿細則

- I. 愛知工科大学紀要の体裁，A4版，左開きとし，原則として横2段組みとする。
- II. 投稿原稿
 1. 投稿原稿は原則として未発表の論文・研究ノート・報告・翻訳・書評・資料・随筆等とする。ただし、既に発表したものでも、その旨明記し、また未発表の事項を含む場合は審査の対象となり得る。
 2. 原稿の長さの上限は原則として刷上がり10頁以内とする。
 3. 研究論文の投稿は1人につき1編を原則とする。ただし、共同研究者として主研究者以外に名前を連ねることは、その限りではない。
- III. 投稿原稿の体裁
 1. 原稿は日本語または英語を原則とする。
 2. 数字はアラビア数字を用い、数量の単位は原則として国際単位系による。
 3. 図、表は、コンピュータでプリントアウトするかトレースしたもの、また、写真はそのまま掲載できるようにしたものを用いる。これらの図、表、写真には必要に応じて縮尺または縦、横の寸法を入れるものとする。
 4. 原稿に図、表、写真を入れる位置を指定し、明示する。
 5. 日本語原稿の場合は英語表題と英語氏名をつけるものとする。
 6. 引用文献等は原則として最後に一括し、順に番号をつけて列記する。本文中では引用箇所(1)、2)等の上つき番号を記入する。引用文献の表記は原則として、編著者名、書名(または雑誌名、巻数)、発行年、発行所、ページの順とする。
 7. 論文には英語のアブストラクトおよび日本語と英語でキーワードをつけるものとする。
 8. 執筆に関する詳細は紀要委員会の指示によるものとする。
- IV. 投稿原稿の受付
 1. 投稿原稿は、紀要編集委員会に提出すること。
 2. 投稿原稿の締切日は、編集委員会が決めるものとする。
 3. 投稿原稿受理年月日は編集委員会が投稿原稿を受けた日とする。

Note

Access Analysis of Aichi University of Technology Website	Komei Kato and Cao Hao Wen	73
Electromagnetic Theory based on Coulomb'law and Theory of Special Relativity	Yujiro Ishikawa	79

Essay

Histories in Connection with Some Surnames in Gamagori	Takaaki Hashimoto	99
---	-------------------	----

General remarks

A Study on the Relationship Between Drawing the Regular Polygons and the Quadratic Equations	Naoyuki Ohsako	101
Some Basic Problems of Thermal Stresses in Bars	Manabu Ohmichi	109

List of Publications during 2011.1 - 2011.12

愛知工科大学紀要

第9巻 平成24年3月25日

編集委員会

委員長 橋本孝明
委員 井上久弘 椎名正顕
吉田 茂

(五十音順)

発行者

学校法人 電波学園 愛知工科大学
愛知工科大学自動車短期大学

〒443-0047
愛知県蒲郡市西迫町馬乗 50-2
TEL : 0533-68-1135
FAX : 0533-68-0352
URL : <http://www.aut.ac.jp/>

BULLETIN
OF
AICHI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

Vol.9, 2011

CONTENTS

Papers

Effect of Surface Heat Transfer Coefficient on Melting of Phase Change Material in Horizontal Circular Cylinders Yasuaki Shiina, Hiromichi Ogi and Terumi Inagaki	1
Moving Mechanism of and Control Method for a Micro-Robot Using the Difference in the Vibration Characteristics of the Legs (Fabrication of a Prototype Micro-Robot, Preliminary Experiments and Experiments in Turing Control) Masahiro Isogai	9
Development of the Monitoring System for Solar Car Hirokazu Suzuki, Takaaki Hashimoto and Hideo Nagata	15
A Study on Library Software That Makes XML Data-Processing Easy in Cooperation with CSV Files (Part 2) — Conversion of CSV Files with Long Content of Items into XML Documents — Shigeru Yoshida and Nobuaki Andoh	21
Selection of Cooling Method in a Cabinet for Electronic Equipment Nobuaki Sugiura	31
Wind Energy on the Campus of Aichi University of Technology and Making Use of Wind Turbine with Sail Wings Takaaki Hashimoto, Hisahiro Inoue and Yasukazu Hasegawa	37
Study on the Reduction of Environmental Impacts by Lightweight or Electrically Powered Vehicle Yuu Hurukawa and Masataka Yano	43
The Practical Controller Based on Simplified Adaptive Controller Mitsunobu Kajitani, Tatsuya Shinkai and Shinya Kobayashi	55
Educational Use of the Weather Satellites NOAA Ryo Matsuura, Yasuhiko Nawa and Kunio Aiki	61
The Proposal of the Observation Method of the Damage which Occurs in the Side Edge of CFRP Material by Ultrasonic Testing Hisahiro Inoue , Kazuma Uchida and Masaaki Uchida.	67

(continued)

Published by
Aichi University of Technology
50-2 Manori Nishihasama-cho Gamagori
Aichi 443-0047, JAPAN